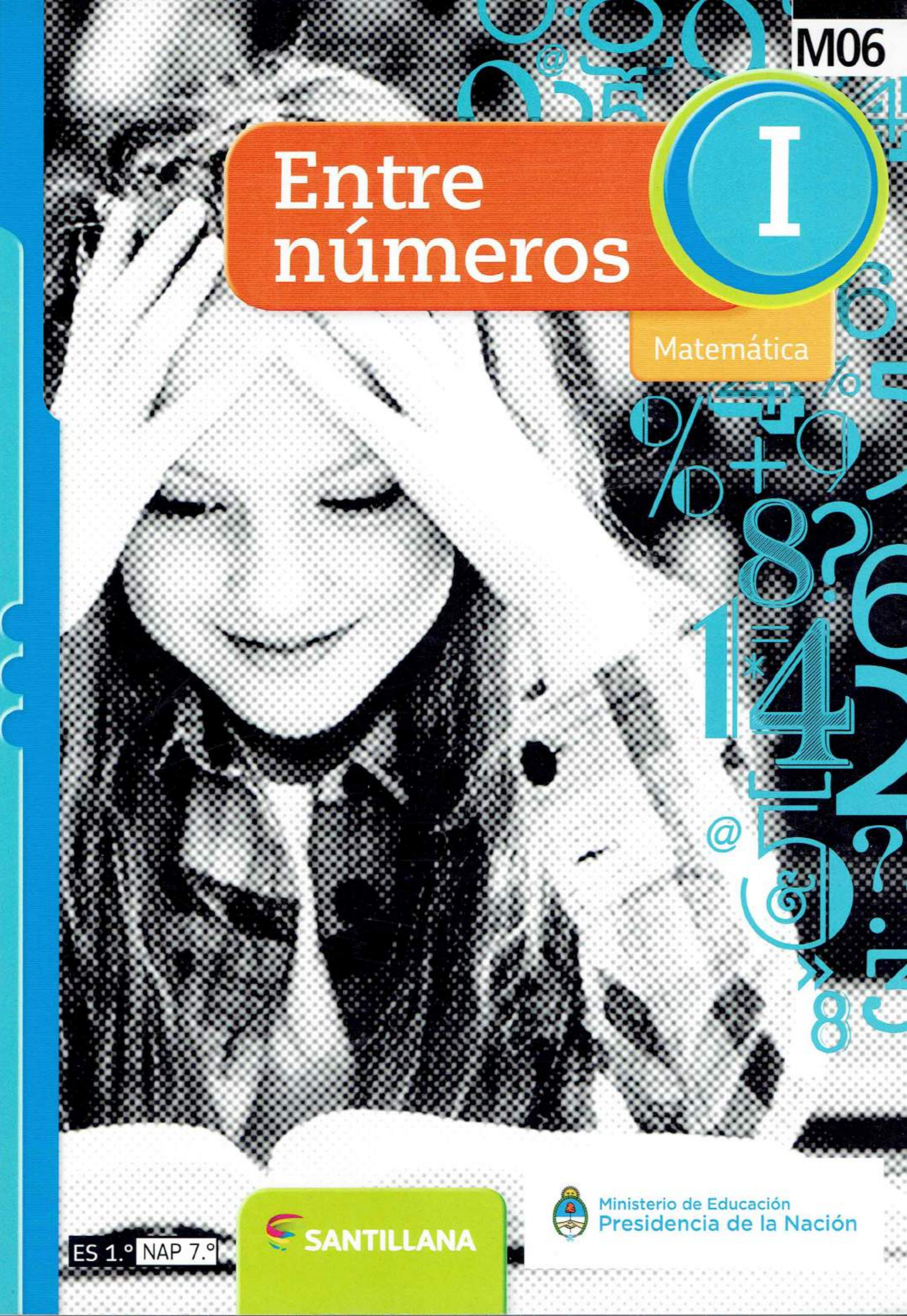
M06

Entre números I

Matemática



MATERIAL DE DISTRIBUCIÓN GRATUITA . PROHIBIDA SU VENTA.

ES 1.° NAP 7.°

SANTILLANA

Ministerio de Educación
Presidencia de la Nación

Entre números

Matemática

Entre números I - Matemática
es una obra colectiva, creada, diseñada y realizada
en el Departamento Editorial de Ediciones Santillana,
bajo la dirección de Mónica Pavicich,
por el siguiente equipo:

Pablo J. Kaczor
Verónica L. Outón

Editora: Laura Spivak
Jefa de edición: María Laura Latorre
Gerencia de gestión editorial: Patricia S. Granieri

La realización artística y gráfica de este libro ha sido efectuada por el siguiente equipo:

Jefa de arte:	Silvina Gretel Espil.
Diseño de maqueta:	Lorena Selvanovich y Silvina Gretel Espil.
Diseño de tapa:	Silvina Gretel Espil y Lorena Selvanovich.
Diagramación:	Verónica Trombetta y Silvia Prado [Estudio Golum].
Corrección:	Diego Kochmann.
Ilustración:	Eduardo Karakachoff.
Documentación fotográfica:	Carolina S. Álvarez Páramo, Cynthia R. Maldonado y Noelia Rivera.
Fotografía:	Archivo Santillana, Analí López Almeyda, MATTON-BILD, Agencia NASA, Roberto de Armas, Robert Kneschke - Fotolia, rommma - Fotolia, Ermolaev Alexandr - Fotolia, Wikimedia Commons.
Preimpresión:	Marcelo Fernández, Gustavo Ramírez y Maximiliano Rodríguez.
Gerencia de producción:	Gregorio Branca.

Av. Leandro N. Alem 720 (C1001AAP),
Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina.

ISBN 978-950-46-5322-6
Queda hecho el depósito que dispone la Ley 11.723.
Impreso en Argentina. *Printed in Argentina*.
Primera edición: enero de 2017.
Segunda edición: julio de 2017.

Kaczor, Pablo J.
Entre números I / Pablo J. Kaczor ; Verónica L. Outón.- 2a ed .- Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Santillana, 2017.
160 p. ; 28 x 22 cm.- (Entre números)

ISBN 978-950-46-5322-6

1. Matemática. 2. Escuela Secundaria. I. Outón, Verónica L. II. Título
CDD 510.7

Este libro se terminó de imprimir en el mes de abril de 2018, en Arcángel Maggio – división libros, Lafayette 1695, Ciudad Autónoma de Buenos Aires, República Argentina.

1 Números naturales

2 Figuras planas

3 Fracciones y decimales

4 Perímetros y áreas

5 Proporcionalidad. Gráficos cartesianos y funciones

Qué hay en cada capítulo

Esto ya lo sabía... y Matemundo para entrar en tema.

Explicaciones con ejemplos: machetes para estudiar.

Alertas para no equivocarse.

En las actividades encontrarás...

sugeridas.

para poder descubrir errores.

para poder usar GeoGebra.

para usar la calcu.

para hacer en casa.

Repasos en

y

.

Finaliza con

para que te tomes una prueba (respuestas en las páginas 157 y 158).

En la última hoja de la carpeta hay **fórmulas** de perímetros, áreas y volúmenes.

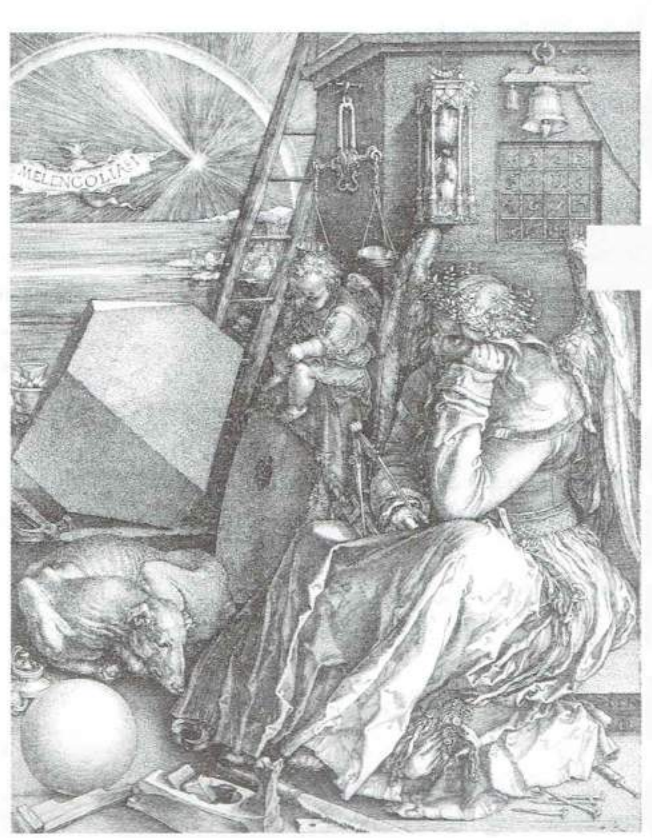
Esto ya lo sabía...

1. Julián tendrá entrenamiento todos los lunes del próximo mes. Se fijó en el almanaque y vio que el primer lunes coincide con el comienzo del mes. ¿Será cierto que entrenará en días que son múltiplos de 7? Rellená lo que precises en este calendario vacío para averiguarlo.

Lu	Ma	Mi	Ju	Vi	Sa	Do

2. Pedro decidió salir a correr día por medio, empezando el martes 2 del mes próximo. ¿Es cierto que saldrá a correr únicamente en días pares? ¿Cuántos días correrá durante ese mes? Podés usar el almanaque de la actividad anterior para ayudarte.

3. Considerá el almanaque de cualquier mes. ¿Qué sucede si elegís un "cuadrado" formado por cuatro números y los sumás en cruz? ¿Podrías explicar por qué sucede eso?



Melancolía I, *grabado de Alberto Durero.*

Un antiguo entretenimiento matemático ha sido el armado de cuadrados mágicos. Son mágicos porque la suma en cada fila o en cada columna, o en cada diagonal, es la misma.

- Mirá el que aparece en la obra de Durero (siglo XVI) con los números naturales del 1 al 16. ¿Cuánto da esa "suma mágica"?

- Dos celdas contiguas indican en qué año hizo la obra este artista alemán. ¿Cuál fue ese año?

- Descubrí los números que faltan en este cuadrado mágico.

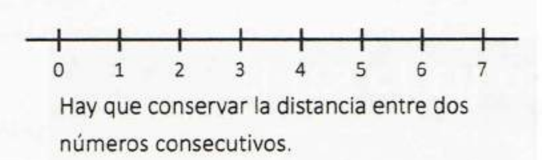
	9	2
3		
8	1	

Matemundo

Suma, resta, multiplicación y división. Propiedades. División entera

Números naturales

Se usan para contar y se los puede representar en la recta numérica, haciendo corresponder a cada número un punto. En este libro se considerará que el 0 es un número natural.



Hay que conservar la distancia entre dos números consecutivos.

Propiedades de la suma y la multiplicación

Se pueden sumar o multiplicar los números en cualquier orden (**propiedad conmutativa**) y también se los puede agrupar de distintas maneras (**propiedad asociativa**); el resultado no cambia. Los **paréntesis** indican qué se hace primero.

$62 + 15 + 8 = \underbrace{(62 + 8)}_{70} + 15 = 85$

$20 \cdot 17 \cdot 5 = 17 \cdot \underbrace{(20 \cdot 5)}_{100} = 1.700$

En este libro se usará el punto como símbolo de multiplicar.

- Al restar no se puede cambiar el orden o agrupar de distintas formas porque cambia el resultado, como se ve en el ejemplo.

$(30 - 7) - 3 \neq 30 - (7 - 3)$
$23 - 3 \neq 30 - 4$
$20 \neq 26$

Propiedad distributiva

A veces, es útil descomponer uno de los factores de un producto y luego distribuir para resolver cálculos mentalmente.

$8 \cdot 13 = 8 \cdot (10 + 3) = (8 \cdot 10) + (8 \cdot 3) = 80 + 24 = 104$ $\quad 8 \cdot 19 = 8 \cdot (20 - 1) = 8 \cdot 20 - (8 \cdot 1) = 160 - 8 = 152$

4. Resolvé los siguientes cálculos.

a. $30 - (18 - 4) =$

b. $6 \cdot (7 \cdot 10) =$

c. $(9 - 2) + (66 - 3) =$

d. $10 \cdot (35 + 5) =$

e. $8 \cdot (47 - 7) =$

f. $(8 - 2) - (8 - 3) =$

5. Juanchi tiene 12 figuritas de futbolistas, 6 de tenistas y 18 de jugadores de rugby.

a. Calculá el total de figuritas que tiene, agrupando las de los deportistas...
- que siempre juegan en equipo: (......... + ...) + ... = ...
- que juegan con una pelota esférica: (......... + ...) + ... = ...

b. Representá los 4 valores (fútbol, tenis, rugby y total) en esta recta numérica.

6. Escribí algunos factores como una suma o una diferencia, y resolvé aplicando la propiedad distributiva.

a. $19 \cdot 7 = (20 - 1) \cdot 7 =$

b. $23 \cdot 5 =$

c. $18 \cdot 6 =$

d. $17 \cdot 19 =$

e. $11 \cdot 28 =$

f. $5 \cdot 999 =$

7. Observá que algunos factores pueden escribirse como el producto de factores "más chicos" y usá ese hecho para calcular mentalmente.

a. $7 \cdot 30 = 7 \cdot 3 \cdot 10 =$

b. $24 \cdot 5 =$

c. $25 \cdot 14 =$

d. $35 \cdot 12 =$

Multiplicar por 14 es lo mismo que multiplicar por 2 y luego por 7, o viceversa.

8. Hacé de profe Encontrá los errores que cometió Milton y resolvé correctamente.

a. $25 - (7 - 3) = 25 - 7 - 3 = 18 - 3 = 15$

b. $6 \cdot 48 = 6 \cdot 4 + 6 \cdot 8 = 24 + 48 = 72$

9. Laura compró zapatillas en 12 cuotas de \$108. Nati también, pero cada una de las 12 cuotas que pagará es \$18 menor. ¿Cuáles de estos cálculos muestran lo que pagarán juntas en un año por esas compras?

☐ $12 \cdot 108 + 12 \cdot 18$ ☐ $12 \cdot 108 - (12 \cdot 18)$ ☐ $108 \cdot 12 + (90 \cdot 12)$ ☐ $12 \cdot (108 + 90)$

División entera

Dividendo	Divisor
Resto	Cociente

56	9
2	6

Se cumple siempre que: → Dividendo = Divisor · Cociente + Resto
→ El resto siempre es menor que el divisor.

Para controlar la cuenta, se puede hacer la prueba de la división. → $9 \cdot 6 + 2 = 56$ ✓ $2 < 9$ ✓

- Si el resto es 0, la división es exacta.
- Si el dividendo es 0, el cociente es 0. Por ejemplo, $0 : 5 = 0$ porque $0 \cdot 5 = 0$.
- No se puede dividir por 0. Por ejemplo, 5 no se puede dividir por 0, ya que ningún número multiplicado por 0 da 5.

10. La granja del pueblo vende los huevos de gallina en cajas de una docena.

a. ¿Cuántas cajas podrían poner hoy a la venta si disponen de 876 huevos? Mostrá cómo lo averiguás sin usar la calculadora.

b. Por error, la distribuidora acaba de entregarles envases que almacenan 30 huevos. Para averiguar cuántos de esos envases van a poder completar con los 876 huevos y cuántos quedarán sueltos, el granjero hizo una división entera en un papel. Escribila y explicá qué indica cada número de la cuenta.

c. ¿Cuántos huevos harían falta para completar otra caja más?

11. ¿Podrías indicar qué restos se pueden obtener en una división entera en la que el divisor es 10, aunque no conozcas el dividendo?

Potencias. Propiedades

Potenciación

Permite escribir de manera abreviada una multiplicación de factores iguales.

El exponente indica cuántas veces aparece la base como factor.

Si el exponente es **2**, se lee: **al cuadrado** o a la segunda.

Si el exponente es **3**, se lee: **al cubo** o a la tercera.

Si hay 4 factores, se lee "a la cuarta"; si hay 5 factores, "a la quinta", y así sucesivamente.

$\underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{4 \text{ veces}} = {\underset{\text{Base}}{3}}^{\overset{\text{Exponente}}{4}} = 81$ → Potencia

Potencias especiales

Si el exponente es 1, la potencia es igual a la base.

$7^1 = 7$ $25^1 = 25$ $302^1 = 302$

Si el exponente es 0, la potencia es **1**.

$1^0 = 1$ $9^0 = 1$ $34^0 = 1$

12. Completá las igualdades como muestra el primer ejemplo y escribí el resultado.

a. $0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0^9 =$ ....

b. $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1^{.....} =$ ....

c. $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$ .... = ...

d. $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 =$ .... = ...

e. $20 \cdot 20 \cdot 20 =$ .... = ...

f. 1.897 = $.........^1$ = ...

13. Escribí y calculá las potencias.

a. Tres al cubo →

b. Cinco al cuadrado →

c. Dos a la quinta →

d. Seis al cubo →

e. Ocho al cuadrado →

f. Nueve al cubo →

14. Estrategia: encontrar reglas generales Las que siguen son todas potencias de base 10.

a. Calculá cada una.

$10^0 =$ $10^3 =$ $10^6 =$

$10^1 =$ $10^4 =$ $10^7 =$

$10^2 =$ $10^5 =$ $10^8 =$

b. Completá la siguiente oración, que generaliza cómo se comportan las potencias de base 10.

El resultado de elevar 10 a un exponente natural es un número formado por ....

....

15.

Ayudate con una calculadora para determinar la base o el exponente.

a. $2^{.....} = 256$

b. $.........^3 = 64$

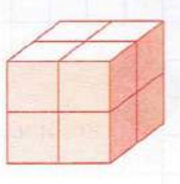
c. $3^{.....} = 243$

d. $.........^4 = 1.296$

e. $.........^2 = 121$

f. $.........^{10} = 10.000.000.000$

16. Con una cantidad conveniente de cubitos iguales se puede armar un cubo de mayor tamaño. Por ejemplo, con 8 cubitos iguales se puede armar un cubo de 2 cubitos de alto, como se ve en la ilustración.



a. ¿Cómo se puede expresar ese hecho mediante una potencia?

b. ¿Cuántos cubitos hacen falta para armar un cubo de 12 cubitos de alto? ¿Podés expresarlo como potencia?

17. Un laboratorio farmacéutico empaqueta vacunas de esta manera:

- ✓ En una caja entran treinta y dos vacunas.
- ✓ En un palé entran treinta y dos cajas.
- ✓ En un camión entran treinta y dos palés.
- ✓ El año pasado se despacharon treinta y dos de esos camiones.

¿Cómo se puede expresar mediante una potencia la cantidad de vacunas que el laboratorio despachó el año pasado? ¿Cuál es esa cantidad?

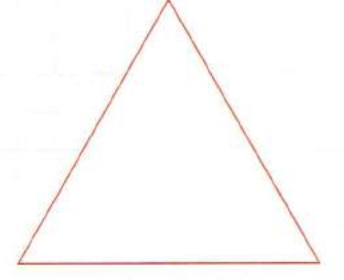
18. En un experimento de laboratorio, una célula se duplica minuto a minuto. Es decir, al minuto 0 había una sola célula, al minuto 1 había dos, al minuto 2 había cuatro, y así sucesivamente.

a. ¿Cuántas hubo al minuto 3: seis u ocho células? Explicá cómo lo razonaste.

b. Elegí la base adecuada para expresar la cantidad de células como potencias y completá la tabla.

		0 min	1 min	2 min	3 min	5 min	10 min	Un cuarto de hora
Células	Potencia							
	Cantidad	1		4				

19. El triángulo dibujado es equilátero y cada uno de sus lados mide 4 cm.



a. Marcá el centro de cada lado y dividí la figura en cuatro triángulos iguales. Luego, repetí el procedimiento con esos nuevos triángulos: dividí cada uno en otros cuatro triángulos iguales.

b. Utilizando potencias, expresá cuántos nuevos triángulos hubo en cada paso, incluyendo el inicial (1 triángulo).

	Paso 1	Paso 2	Paso 3
Cantidad	1		
Como potencia			

c. ¿Cuántos nuevos triángulos obtendrías si repitieras el proceso 3 pasos más?

Propiedades de las potencias

Producto de potencias de igual base: se deja la misma base y se **suman** los exponentes. $2^4 \cdot 2^5 = 2^{4+5} = 2^9$

Cociente de potencias de igual base: se deja la misma base y se **restan** los exponentes. $2^7 : 2^3 = 2^{7-3} = 2^4$

Potencia de otra potencia: se deja la misma base y se **multiplican** los exponentes. $(2^6)^2 = 2^{6 \cdot 2} = 2^{12}$

Propiedad distributiva: se puede distribuir el exponente de un producto o un cociente.

$(2 \cdot 3)^5 = 2^5 \cdot 3^5$ $(12 : 3)^2 = 12^2 : 3^2$

20. Expresá cada cálculo utilizando una sola potencia.

a. $6^2 \cdot 6^3 =$
b. $2^5 \cdot 2^3 \cdot 2^0 =$
c. $3^4 \cdot 3 =$
d. $8^5 : 8^2 =$
e. $7^3 : 7^0 =$
f. $4^2 \cdot 4^3 : 4 =$
g. $(5^2)^3 =$
h. $4^2 \cdot 3^2 =$
i. $8^5 : 2^5 =$

21. Calculá. Si utilizás alguna propiedad de las potencias, indicá cuál es.

a. $(6 \cdot 3)^2 =$
b. $(6 : 3)^2 =$
c. $(6 + 3)^2 =$
d. $(6 - 3)^2 =$

No se puede distribuir el exponente de una suma o una resta.

$(5 + 8)^2 \neq 5^2 + 8^2$

$13^2 \neq 25 + 64$

$169 \neq 89$

22. Rodeá con el mismo color los cálculos que den el mismo resultado.

$(18^3)^3$ 18^6 $(3 \cdot 3)^{18}$ 18^9 9^{18} $(2 \cdot 9)^6$ $36^6 : 2^6$

$(3^2)^{3 \cdot 6}$ $9^6 \cdot 9^{12}$ $(6 \cdot 3)^9$ $18^9 : 18^0$ $(18 : 2)^{18}$ $18^1 \cdot 18^8$ $[(3 \cdot 3)^3]^6$

23. Considerá muchos cubitos exactamente iguales.

a. Expresá mediante potencias la cantidad de cubitos que forman:

- Un cubo de 4 cubitos de alto:
- Un cubo de 8 cubitos de alto:

b. ¿Cuántos cubos de 4 cubitos de alto caben en el cubo de 8 cubitos de alto? Mostrá cómo lo calculaste.

24. Hacé de profe ¿Por qué es incorrecto lo que hizo Ana? ¿Cuánto da el cálculo?

$(12 + 3 - 5)^2 = 12^2 + 3^2 - 5^2 =$
$= 144 + 9 - 25 = 128$

25. Copiá en tu carpeta y calculá.

a. $(3 + 4)^2$
b. $(7 - 2)^2$
c. $5 \cdot 5^4 : 5^2$
d. $(4 - 2)^4 : 2^3$

Raíces

Radicación

Es la operación que "deshace" la potenciación.

Para averiguar $\sqrt{25}$ (raíz cuadrada de 25), se busca qué número natural elevado al cuadrado da 25.
$\sqrt{25} = 5$ porque $5^2 = 25$.

Para averiguar $\sqrt[3]{64}$ (raíz cúbica de 64), se busca qué número elevado al cubo da 64.
$\sqrt[3]{64} = 4$ porque $4^3 = 64$.

$3^4 = 81 \Rightarrow \sqrt[4]{81} = 3$ Se lee: la raíz cuarta de 81 es 3.

Símbolo radical   Radicando

Cuando el índice es 2, no se escribe.

- Para calcular la raíz de un producto o un cociente, se puede distribuir.

$\sqrt{36 \cdot 9} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{9} = 6 \cdot 3 = 18$ $\sqrt{16 : 4} = \sqrt{16} : \sqrt{4} = 4 : 2 = 2$

ATENCIÓN: si hay que calcular **la raíz de una suma o de una resta, no se puede distribuir** porque el resultado cambia.

26. Calculá las siguientes raíces y justificá el resultado. Si te ayudás con la calculadora, solo tenés permitido usar multiplicaciones.

a. $\sqrt{64} =$ porque ....^{2} = ...

b. $\sqrt[3]{27} =$ porque

c. $\sqrt{100} =$ porque

d. $\sqrt[3]{1.000} =$ porque

e. $\sqrt[6]{64} =$ porque

f. $\sqrt[3]{343} =$ porque

g. $\sqrt[5]{243} =$ porque

h. $\sqrt[20]{1} =$ porque

27. Imaginá que tenés 125 dados cúbicos del mismo tamaño.

a. ¿Cuántos dados de altura tiene el cubo de mayor tamaño que podés armar apilando de manera conveniente todos ellos? Mostrá cómo lo pensaste.

b. Si quisieras formar un "cuadrado" con la mayor cantidad de cubos posibles, ¿cuántos deberías poner sobre cada lado? ¿Te quedarían cubos sueltos? ¿Cuántos? Mostrá cómo razonás.

28. Calculá y, si utilizás alguna propiedad de la radicación, indicá cuál es.

a. $\sqrt{64 \cdot 4} =$ b. $\sqrt{100 : 4} =$ c. $\sqrt{64 + 36} =$ d. $\sqrt{100 - 36} =$

Cálculos combinados

Orden de las operaciones

Cuando en un cálculo sin paréntesis se combinan varias operaciones, se resuelve respetando el siguiente orden:

$9^2 : 3 + 4 \cdot 2^3 - \sqrt{25} \cdot 4 =$ → Se señalan los términos (los determinan las sumas y las restas).

$81 : 3 + 4 \cdot 8 - 5 \cdot 4 =$ → 1.° Potencias y raíces.

$27 + 32 - 20 =$ → 2.° Multiplicaciones y divisiones.

39 → 3.° Sumas y restas.

Si hay paréntesis, se resuelven primero las operaciones que ellos encierran, en el orden establecido antes.

$(\sqrt{81} : 3 + 16 : 2^3) : \sqrt{25} = (9 : 3 + 16 : 8) : 5 = (3 + 2) : 5 = 5 : 5 = 1$

29. Separá en términos y calculá respetando el orden de las operaciones.

a. $5 \cdot 4 - 2 \cdot 9 + 12 : 4 =$

b. $15 \cdot 3 + 32 : 8 - 7^2 =$

c. $2^3 \cdot 3 + 4^2 : 8 - 5^2 =$

d. $5^3 - 27 : 9 - \sqrt{64} =$

e. $2 \cdot 11^2 - 6^3 - 5 \cdot \sqrt[3]{125} + 8^0 =$

f. $3^2 \cdot \sqrt{4} + 17^1 : 17^0 - \sqrt{25} \cdot \sqrt{49} =$

30. Calculá primero lo que está entre paréntesis y luego resolvé todo el cálculo.

a. $8 \cdot (5 - 24 : 6) =$

b. $2^4 \cdot (1 + 3) - (5 - 5^0)^3 =$

c. $2 \cdot (4 - 1)^2 + 18 : (2^3 + 2^0) =$

d. $(1+2)^3 : \sqrt{9} - \sqrt{(8+2^3)} =$

31. **Hacé de profe** Observá con atención cómo se resolvió el siguiente cálculo y señalá con rojo las partes en donde se cometieron errores. Luego, al costado, resolvelo correctamente.

$5 \cdot 4 + 12 - 2 \cdot 4^2 =$

$5 \cdot 16 - 2 \cdot 4^2 =$

$5 \cdot 16 - 8^2 =$

$80 - 64 = 16$

32. Calculá las raíces.

a. $\sqrt{100+7\cdot 3} =$ c. $\sqrt{3\cdot 7+4} =$ e. $\sqrt[4]{7\cdot 8+5^2} =$

b. $\sqrt[5]{2^2\cdot 8} =$ d. $\sqrt{13^2-12^2} =$ f. $\sqrt[3]{2\cdot(10^2+2^3)} =$

Si en el radicando hay operaciones, estas se resuelven en primer lugar, respetando el orden establecido, y luego se calcula la raíz. Si es posible, también se puede distribuir.

33. Maru copió apurada lo que estaba escrito en el pizarrón y olvidó poner algunos paréntesis. ¿Podés descubrir dónde van? Una vez que los descubras, resolvé para mostrar cómo se llega al resultado.

a. $2 \cdot (7^0 + 7^1 - 2^3 = 0$ c. $2 \cdot 7^0 + 7^1 - 2)^3 = 127$ e. $3^2 \cdot (2 + 6 : 2 = 45$

b. $2 \cdot (7^0 + 7^1 - 2^3 = 8$ d. $3^2 \cdot (2 + 6 : 2 = 36$ f. $(3^2 \cdot 2 + 6 : 2 = 12$

34. Leé lo que dice Aldana y planteá un cálculo que ayude a descifrar la edad de Bety.

"Tengo 12 años y mi hermano nació cuando yo cumplí 7. Si sumamos los cuadrados de nuestras edades y calculamos la raíz cuadrada, obtenemos la edad de nuestra prima Bety".

35. ¿Cuál es la raíz cúbica de la suma entre el cuadrado de 5 y la raíz cuadrada de 4?

36. Indicá qué propiedades se utilizaron al resolver los siguientes cálculos.

a. $12 + 3 + 4 + 10 = 15 + 14 = 29$

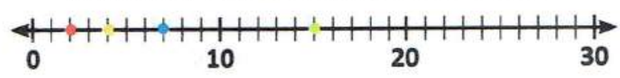
b. $8 \cdot 7 \cdot 5 = 7 \cdot 8 \cdot 5 = 7 \cdot 40 = 280$

c. $6 \cdot (20 - 2) = 6 \cdot 20 - 6 \cdot 2 = 120 - 12 = 108$

37. Calculá.

a. $(10 - 2) \cdot 6 - 4$
d. $8 \cdot (6 - 4) - 10$
b. $2 \cdot (12 + 5) - 3$
e. $2 \cdot 12 + (5 - 3)$
c. $(21 - 14) : 7 + 9$
f. $9 + 21 - (14 : 7)$

38. Sumá los números representados en la recta numérica y representá el resultado en ella.



39. Asociá y conmutá para calcular más fácilmente las sumas en forma mental.

a. $18 + 3 + 2 + 17$
c. $85 + 3 + 9 + 15$
b. $199 + 14 + 1 + 6$
d. $889 + 2 + 11 + 14$

40. Calculá mentalmente y escribí cómo lo hiciste.

a. $7 \cdot 12$
d. $15 \cdot 120$
b. $14 \cdot 9$
e. $204 \cdot 8$
c. $180 \cdot 11$
f. $340 \cdot 3$

41. Completá cada cálculo sabiendo que $18 \cdot 12 = 216$.

a. $6 \cdot$ ...... $\cdot\ 12 = 216$
e. $18 \cdot 4 = 216 :$ ......
b. $18 \cdot 10 + (18 \cdot$ ......$) = 216$
f. $9 \cdot 6 = 216 :$ ......
c. $10 \cdot 12 + ($...... $\cdot\ 12) = 216$
g. ...... $\cdot\ 24 = 216$
d. $9 \cdot 12 = 216 :$ ......
h. $9 \cdot 120 = 216 \cdot$ ......

42. Mostrá cómo podés realizar los cálculos aprovechando que $72 \cdot 5 = 360$.

a. $72 \cdot 15$
d. $36 \cdot 15$
b. $144 \cdot 5$
e. $72 \cdot 20$
c. $36 \cdot 5$
f. $144 \cdot 20$

43. Hay que envasar 8.638 botellas en cajones de una docena.

a. ¿Cuántos cajones se podrán llenar?

b. ¿Cuántas botellas harían falta para completar otro cajón más?

c. Si para envasar las 8.638 botellas pudieran usar cajones con capacidad para más de 12, ¿cuál es el más chico que deberían utilizar?

44. ¿Cuáles son los restos posibles de una división entera con divisor 5? ¿En cuál de esos casos la división es exacta?

45. Calculá las potencias.

a. 2^7 b. 5^4 c. 10^9 d. 128^1 e. 1.200^0

46. Descubrí el valor de cada dibujito.

a. $2^{□} = 512$
c. $□^3 = 1.000$
e. $512^{□} = 1$
b. $3^{□} = 243$
d. $8^{□} = 512$
f. $□^2 = 10.000$

47. Expresá cada cálculo como una sola potencia.

a. $3^4 \cdot 3^2$
c. $(3^4)^2$
e. $4^3 \cdot 2^3$
b. $3^4 : 3^2$
d. $(3^2)^4$
f. $4^3 : 2^3$

48. Calculá las potencias.

a. $(8 + 2)^3$ b. $(8 \cdot 2)^3$ c. $(8 - 2)^3$

49. ¿Cuántos dados cúbicos iguales se necesitan para armar un cubo de 11 dados de altura?

50. ¿Cuántos dados de altura tiene un cubo formado por 1.000 dados iguales?

51. ¿Qué número tapa cada dibujito?

a. $3^2 + 4^2 = ♥^2$
d. $□^2 + 24^2 = 25^2$
b. $6^2 + 8^2 = □^2$
e. $□^2 + 15^2 = 17^2$
c. $5^2 + 12^2 = □^2$
f. $□^2 + 40^2 = 41^2$

52. Si tuvieras que formar un cuadrado con 196 baldosas cuadradas iguales, ¿cuántas deberías poner en cada fila?

53. Calculá las raíces.

a. $\sqrt{9+16}$ b. $\sqrt[3]{6^3 : 3^3}$ c. $\sqrt{25-16}$

54. Resolvé los siguientes cálculos combinados.

a. $12^2 : 6 + 4^3 \cdot 2$

b. $(8^2 - 2 \cdot 4) : \sqrt[5]{2 + 6 \cdot 5}$

c. $(18 : 2 - 2^3)^2 + (8^2 - 4^2)$

d. $3^7 : 3^4 + \sqrt{13^2 - 5^2} \cdot 2$

Sistemas de numeración decimal y binario

Nuestro sistema de numeración

- Es **decimal**: utiliza diez símbolos, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9, llamados **cifras** o **dígitos**, con los que se puede escribir cualquier número. **Se agrupa de a diez**: 10 unidades forman una decena, 10 decenas forman una centena, etcétera.
- Es **posicional**: cada cifra tiene un valor según la posición que ocupa en el número.
- Este número se puede descomponer así:

$267.665 = 200.000 + 60.000 + 7.000 + 600 + 60 + 5$

$= 2 \cdot 100.000 + 6 \cdot 10.000 + 7 \cdot 1.000 + 6 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 5$

$= 2 \cdot 10^5 + 6 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$

267.665
vale 60.000 — vale 600 — vale 60

Sistema binario

Es **posicional** y se **agrupa de a 2**. Solo se utilizan dos símbolos: 0 y 1. Cualquier número natural se puede descomponer como suma de potencias de 2. La descomposición "muestra" las cifras que tiene el número en el sistema binario.

Esas cifras se pueden obtener dividiendo por 2 en forma sucesiva hasta obtener un cociente igual a 1, como muestra este ejemplo.

```
19 |_2
 1   9 |_2
     1   4 |_2
         0   2 |_2
             0   1
```

$19 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 10011_2$ → Indica que está escrito en sistema binario.

55. Completá con los valores necesarios para que se cumpla la igualdad.

a. 15.482 = ...0.000 + ...000 + ...00 + ...0 + ...

b. 2....3.78.... = ...00.000 + 60.000 + ...000 + ... + 8.... + 2

c. 2.302.915 = ... + ... + ...000 + 9........ + ... + ...

d. .... $= 5 \cdot 100.000 + 5 \cdot 1.000 + 5 \cdot 10$

e. ....7 $= 8 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 +$ ....

56. Descomponé cada número utilizando potencias de 10.

a. 15.480 =

b. 627.200 =

c. 4.500.073 =

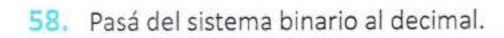
d. 900.000.900 =

57. Hacé las divisiones sucesivas por 2 y escribí cada número en el sistema binario.

a. 9 =

b. 14 =

c. 32 =



58. Pasá del sistema binario al decimal.

a. 1101_2 =

b. 10101_2 =

c. 110010_2 =

Fijate bien

Pasaje del sistema binario al decimal:
$1010_2 = 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 = 2 + 8 = 10$

59. Sin hacer las cuentas, observá bien y completá con < (menor), > (mayor) o =.

a. $1.000.000$ .... $9 \cdot 10^5 + 9 \cdot 10^4 + 9 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10 + 9$

b. $4 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^4$ .... $400.000 + 50.000$

c. 110101_2 .... 1000101_2

d. 101 .... 101_2

60. El sistema de numeración egipcio utiliza siete símbolos, que representan potencias sucesivas de 10. Completá la tabla, donde esos símbolos aparecen en orden creciente de valor, de izquierda a derecha.

Símbolo	|	∩	𓍢	𓆼	𓂭	𓆐	𓁨
Potencia	10^0						
Valor			100				

61. El faraón Tutankieto tiene un ejército formado por ∩∩𓆼𓆼𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓍢𓂭 guerreros, de los cuales 𓆼|||||||||𓍢𓍢𓍢𓍢 son de la región de Nubia.

a. Completá cada renglón para calcular esas cantidades.

- Guerreros totales: 20 + ... + ... + ... = ...
- Guerreros de Nubia: 1.000 + ... + ... = ...

b. Calculá cuántos guerreros no son de Nubia y expresá esa cantidad en el sistema egipcio.

c. Un espía del ejército romano le informa a su emperador que el total de guerreros egipcios es MMCCLXI. ¿Qué cantidad –equivocada– informa el espía? Además de que no recordaba el valor de los símbolos, ¿qué característica típica de la numeración romana pudo haberlo confundido al traducir el número del egipcio? Convérsenlo en grupos.

Fijate bien

Los símbolos del sistema egipcio (ver tabla de la actividad 60) pueden aparecer en cualquier orden y no debe haber más de nueve de cada uno.

En el sistema romano se usan estos siete símbolos:

I → 1 **V** → 5 **X** → 10
L → 50 **C** → 100
D → 500 **M** → 1.000

62. Estrategia: buscar ejemplos En el sistema decimal, cuantas más cifras tiene un número, mayor es. ¿Sucede lo mismo en el sistema egipcio? ¿Y en el romano? ¿Por qué pasa eso?

Múltiplos y divisores

Divisibilidad

- El 20 se puede escribir como 4 · 5, por lo tanto, 4 y 5 son **divisores** de 20. También lo son 2 y 10, ya que 20 = 2 · 10. Si en una división entera el resto es 0, el dividendo es **múltiplo** del divisor y también del cociente.

20 = 4 · 5 {
20 es **múltiplo** de 4 y de 5.
20 es **divisible** por 4 y por 5.
4 y 5 son **divisores** o **factores** de 20.

20 | 4 → 0, 5   20 | 5 → 0, 4   Las divisiones enteras son **exactas**, tienen **resto 0**.

El **1** es divisor de todos los números y el **0** es múltiplo de todos los números.

- Para obtener todos los **divisores naturales** de un número, se buscan todas las formas de descomponer el número como producto de dos factores naturales.

20 = 1 · 20 = 2 · 10 = 4 · 5   Divisores de 20: 1, 2, 4, 5, 10, 20. ← Usar este esquema ayuda para buscar todos los divisores de un número.

63. Mostrá todas las formas de escribir cada número como producto de dos factores naturales (descartá los casos conmutativos) y hacé una lista con todos sus divisores naturales. Luego, completá las oraciones.

a. 15 = ... · .... = ... · ....   Divisores de 15:

b. 36 =   Divisores de 36:

c. 120 =

Divisores de 120:

- 6 es divisor de .... y ....
- .... es múltiplo de 120.
- .... es factor de 15, 36 y 120.
- 120 es divisor de ....
- 36 no es .... por 5.
- 15 es .... de 3 y .... de 120.

64. Estrategia: ensayo y error Realizá varias pruebas con la calculadora para poder unir con flechas cada divisor con la **regla de divisibilidad** que le corresponde. En cada caso, hay una única respuesta posible.

Un número es divisible por...	cuando...
2	termina en 0.
3	sus dos últimas cifras forman un múltiplo de 4.
4	termina en 0, 2, 4, 6 u 8.
5	la suma de sus cifras es múltiplo de 9.
6	es múltiplo de 3 y de 5 a la vez.
9	la suma de sus cifras es múltiplo de 3.
10	es múltiplo de 2 y de 3 a la vez.
15	termina en 0 o en 5.

Fijate bien

Las reglas de divisibilidad sirven para saber si una división es exacta sin tener que hacerla.

Descomposición en factores

Números primos y compuestos

Un número es **primo** si tiene solo dos divisores naturales: él mismo y 1.

Si un número tiene más de dos divisores naturales es **compuesto**.

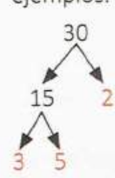
3 es primo (únicos divisores naturales: 1 y 3). 4 es compuesto (tiene tres divisores naturales: 1, 2 y 4).

El **0** y el **1** no son primos ni compuestos.

Factorización

Cualquier número compuesto puede escribirse como producto de sus factores primos. Al hacerlo, el número queda **factorizado**.

Para factorizar, se puede armar un esquema con flechas o uno vertical con divisiones sucesivas, como se ve en los ejemplos.



Se buscan dos divisores de los números compuestos hasta que todos sean primos.

30	2
15	3
5	5
1	

Se va dividiendo por números primos hasta obtener 1 como cociente.

$30 = \underbrace{2 \cdot 3 \cdot 5}_{\text{Factores primos}}$ ← Factorización de 30

65. De los primeros veinte números naturales mayores que 0, tachá los que no son primos. Podés ayudarte utilizando algunas reglas de divisibilidad.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

66. Seguí los pasos para construir lo que se conoce como la **criba de Eratóstenes**.

a. En la primera fila, tachá los números que no sean primos. En las demás filas, tachá todos los múltiplos de 2, todos los de 3, todos los de 5 y todos los de 7.

b. Observá los números que te quedaron sin tachar. ¿Qué tipo de números son?

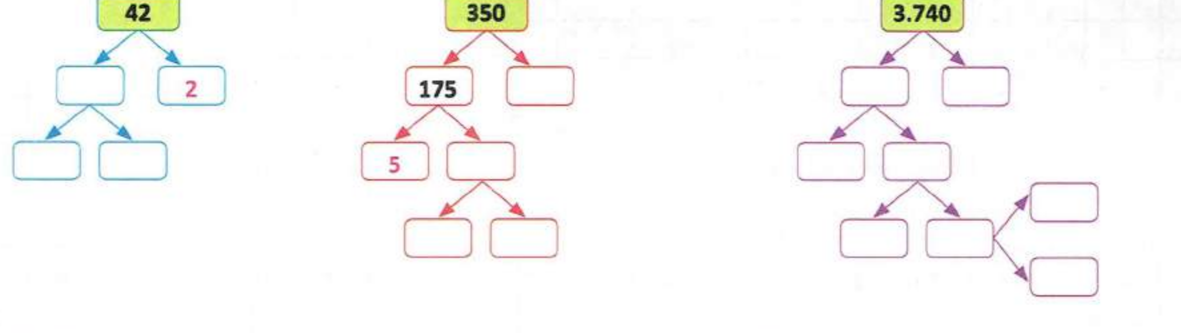
c. Escribí la lista de números primos que hay entre 1 y 100. ¿Cuántos son pares?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

67. Estrategia: encontrar reglas generales Si eligieras cualquier conjunto de 100 números naturales consecutivos, ¿habría más primos o más compuestos? Explicá tu razonamiento. Pista: pensá en los pares, en los múltiplos de 3, ...

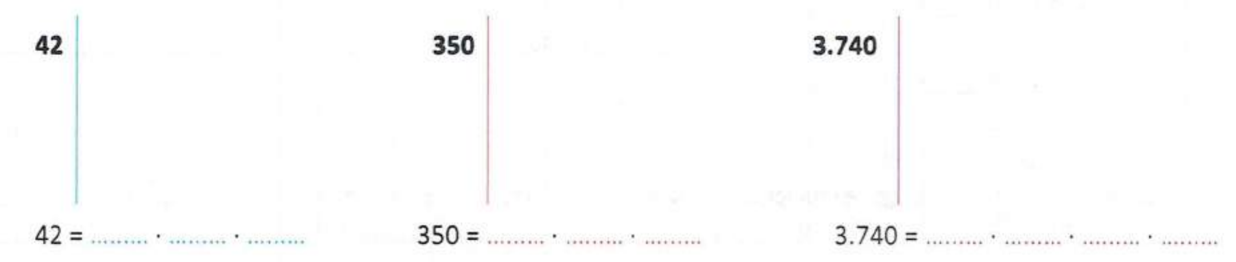
68. Los números 17, 37, 47 y 97 son ejemplos de números primos. ¿Será cierto que cualquier número terminado en 7 es primo?

69. Completá los esquemas para después escribir la factorización de 42, 350 y 3.740.



42 = 2 · .... · .... 350 = ... · 5 · .... · .... 3.740 = ... · .... · .... · .... · ....

Volvé a factorizar esos tres números, pero ahora usando el esquema vertical con divisiones sucesivas. Esta vez, si se repite algún factor primo, utilizá exponentes para escribir su factorización.



42 = ... · .... · .... 350 = ... · .... · .... 3.740 = ... · .... · .... · ....

70. Considerá la factorización de 42 que escribiste en la actividad anterior.

a. ¿Es cierto que si se multiplican sus factores primos de a dos, se obtiene un divisor de 42? → SÍ / NO

b. En función de la respuesta anterior y utilizando sus factores primos, escribí todos los divisores de 42. No te olvides de agregar el 1 y el 42, ya que todo número es divisible por 1 y por sí mismo.

71. El número que pensó Facundo es divisible por 18 y por 25. ¿Podés indicar si es múltiplo de 50, aunque no sepas cuál es el número o te faltan datos? ¿Y de 75? Explicá tu razonamiento.

72. Te piden que inventes una clave secreta. Tiene que ser un número de cuatro cifras divisible por 6 y por 15.

a. ¿Cuál es el menor número posible? Pista: usá reglas de divisibilidad y descubrí cuál tiene que ser la última cifra.

b. ¿Cuál es la factorización del número que escribiste en el ítem a?

c. Sin hacer divisiones, descubrí al menos cuatro factores no primos de ese número.

Múltiplos y divisores comunes

Mínimo común múltiplo (m.c.m.)

Es el menor de todos los múltiplos naturales que dos o más números tienen en común, sin considerar el 0.

Múltiplos de 20: **0**, 20, 40, **60**, 80, 100, **120**, 140, ...

m.c.m. (20; 30) = **60**

Múltiplos de 30: **0**, 30, **60**, 90, **120**, 150, ...

Regla práctica para hallar el m.c.m.

Se factorizan los números y luego se multiplican los factores **comunes y no comunes**, con el **mayor** exponente con el que aparecen.

$20 = 2^2 \cdot 5$ $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ m.c.m. $(20; 30) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

Máximo común divisor (m.c.d.)

Es el mayor de todos los divisores naturales que dos o más números tienen en común.

Divisores de 36 = **1**, **2**, 3, **4**, 6, 9, 12, 18, 36.

m.c.d. (36; 40) = **4**

Divisores de 40 = **1**, **2**, **4**, 5, 8, 10, 20, 40.

Regla práctica para hallar el m.c.d.

Se factorizan los números y luego se multiplican los factores **comunes**, con el **menor** exponente con el que aparecen.

$36 = 2^2 \cdot 3^2$ $40 = 2^3 \cdot 5$ m.c.d. $(36; 40) = 2^2 = 4$

73. Factorizá 15, 36, 38, 45, 75, 82, 108, 120 y 192, y hallá los m.c.m. y m.c.d. que se piden.

a. m.c.m. (45; 75) =

m.c.d. (45; 75) =

b. m.c.m. (38; 82) =

m.c.d. (38; 82) =

c. m.c.m. (192; 108) =

m.c.d. (192; 108) =

d. m.c.m. (38; 45; 75) =

m.c.d. (38; 45; 75) =

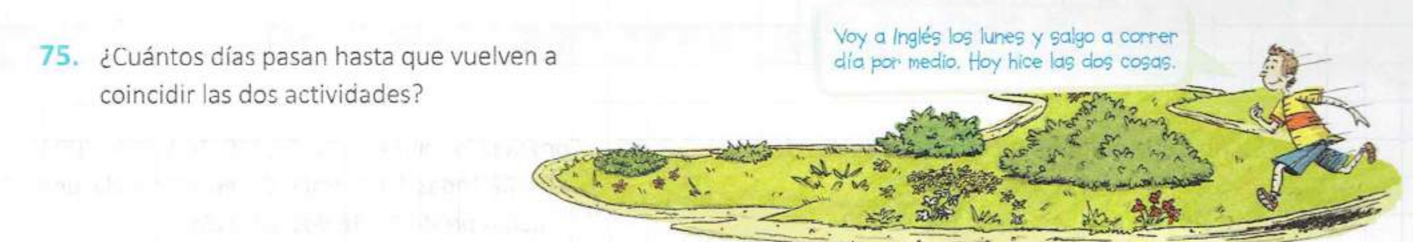
e. m.c.m. (15; 36; 120) =

m.c.d. (15; 36; 120) =

f. m.c.m. (82; 108; 192) =

m.c.d. (82; 108; 192) =

74. Hacé de profe Dice don E. Rudito: "Como su nombre lo indica, el m.c.m. es un mínimo, mientras que el m.c.d. es un máximo. Así que el m.c.m. de dos números siempre va a ser menor que su m.c.d.". Explicá en qué falla el razonamiento de don E. Rudito y mostrá un ejemplo.



75. ¿Cuántos días pasan hasta que vuelven a coincidir las dos actividades?

76. En un árbol de Navidad, las luces rojas prenden cada 6 segundos, las azules, cada 8, y las verdes, cada 10. Acaban de prender juntas

a. Calculá cuántos segundos pasan hasta que vuelven a prender juntas...

I. ...las rojas y las azules. **II.** ...las rojas y las verdes. **III.** ...las azules y las verdes.

b. ¿Cuánto tiempo pasa hasta que vuelven a prender juntos los tres colores?

c. Si se pudiera agregar luces amarillas, ¿con cuál de los siguientes tiempos habría que programarlas para que también prendan cuando coinciden los otros tres colores? Explicá por qué señalaste esa opción.

☐ Con 14 segundos. ☐ Con 18 segundos. ☐ Con 20 segundos.

77. Julieta va a armar bolsitas iguales con caramelos para repartir en su cumpleaños.

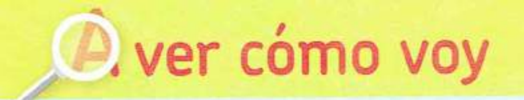
a. Si tiene 80 caramelos de ananá (A) y 96 de frutilla (F), ¿en cuántas bolsitas iguales puede repartir todos? Mencioná todas las posibilidades. Por ejemplo: *1 bolsita con 80 A y 96 F.*

b. Las cantidades de bolsitas que escribiste en **a**, ¿son los múltiplos o los divisores comunes de 80 y 96?

c. ¿Cuál es la mayor cantidad de bolsitas que puede armar? Expresalo completando la siguiente igualdad. m.c. .... (80; 96) = ...

78. Si en el curso hay 20 chicas y 16 chicos, ¿cuántos grupos de igual cantidad de miembros pueden formarse, como máximo? Tené en cuenta que en todos debe haber la misma cantidad de chicas.

79. ¿Cuál es la mayor cantidad de cajitas iguales que se puede armar con 120 confites, 100 bombones y 60 alfajorcitos? ¿Que habrá en cada cajita?



A ver cómo voy

80. Escribí cada número utilizando potencias de 10.

a. 54.238
b. 12.030
c. 80.009
d. 120.908
e. 1.023.700
f. 14.040.015

81. Con los dígitos 3, 4 y 7 y estas potencias de diez: 10^2, 10^3 y 10^5, construí todos los números posibles, sin repetir los dígitos.
Por ejemplo: $3 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 = 304.700$.

82. Escribí todos los números de cuatro cifras que tengan dos dígitos 2 y dos dígitos 9. ¿Qué valor tiene cada 2 y cada 9 en el menor de ellos? ¿Y en el mayor?

83. Pasá del sistema decimal al binario o viceversa, según el caso.

a. 314
b. 11010_2
c. 2.004
d. 1110_2
e. 1110
f. 1010101_2

84. Hacé de profe Corregí las afirmaciones de Leandro. Si se equivocó en algo, explicá por qué.

a. En el sistema romano, DVI es menor que CLXIII, porque se escribe con menos símbolos.
b. Como en los sistemas de numeración romano y egipcio no hay un símbolo para el cero, no se puede escribir 210 en ninguno de los dos.
c. Como tanto el sistema egipcio como el romano usan 7 símbolos, el menor número que se puede escribir, usando una vez cada símbolo en cada sistema, equivale a un número de 7 cifras en el sistema decimal.

85. Marcá cruces donde corresponda aplicando solo las reglas de divisibilidad. En la última fila, escribí un número adecuado y marcá las cruces que faltan.

Número	Es divisible por...							
	2	3	4	5	6	9	10	15
76								
138								
972								
9.080								
					×		×	×

86. Considerá los números 12, 64, 100, 140, 180 y 400.

a. Hallá todas las formas de escribir cada uno como producto de dos naturales.
b. Hacé las lista de los divisores de cada número.
c. ¿Qué divisores tienen en común todos esos números? ¿Cuál es el mayor de ellos?

87. Factorizá los números 12, 64, 100, 140, 180 y 400. Si lo hacés con GeoGebra, usá la vista CAS y el botón 15 3·5.

a. ¿Cuál es el m.c.d. de todos ellos? ¿Coincide con la respuesta del ítem c de la actividad anterior?
b. Hallá el m.c.m. de esos números.
c. Considerá únicamente los que tienen el 3 como divisor. ¿Cuál es su m.c.d.?
d. Ahora considerá solamente los que tienen el 5 como divisor. ¿Cuál es su m.c.d.?

88. Factorizá los números 6, 35 y 143.

a. ¿Tienen algún factor en común?
b. ¿Cuál es el m.c.d. de esos números? ¿Y el m.c.m.?
c. Estrategia: encontrar reglas generales ¿Qué conclusión podrías sacar acerca del m.c.d. y el m.c.m. de los números que no tienen factores en común?

89. Cada azulejo del baño mide 15 cm de largo, mientras que cada pieza del zócalo mide 25 cm de largo. Si coinciden al comienzo de la pared, ¿a qué distancia volverán a coincidir? ¿Cuántos azulejos y cuántas piezas del zócalo caben en esa longitud?

90. ¿Cuál es la máxima cantidad de ramos iguales que pueden armarse a partir de 60 rosas, 80 claveles y 100 tulipanes? ¿Cómo estará compuesto cada ramo?

91. Tres semáforos consecutivos de una avenida no están sincronizados: encienden a destiempo. Por ejemplo, la luz verde del 1.° se enciende cada 95 segundos; la luz verde del 2.°, cada minuto; y la luz verde del 3.°, cada minuto y medio.
Si acaban de encenderse las 3 luces verdes a la vez, ¿dentro de cuántos minutos volverán a coincidir?

Lenguaje simbólico

Números con letras

En Matemática, cuando no se habla de un número en particular, sino que se expresa algo que ocurre en general, se utiliza el **lenguaje simbólico**, en el que se representan los **números con letras**.

LENGUAJE COLOQUIAL	LENGUAJE SIMBÓLICO (**n** representa un número cualquiera)
El triple de un número	$3 \cdot n \leftarrow n + n + n$
El anterior de un número	$n - 1$
El siguiente del doble de un número	$2 \cdot n + 1$
El doble del siguiente de un número	$2 \cdot (n + 1)$
La cuarta parte de un número	$n : 4$

No siempre se usa **n**, en el lenguaje simbólico se puede utilizar cualquier letra.

En la fórmula **2 · n**, al reemplazar la letra **n** por diferentes valores, se obtienen sus dobles.

Si **n** vale 4 ⟶ $2 \cdot 4 = 8$ Si **n** vale 7 ⟶ $2 \cdot 7 = 14$

La expresión **2 · n** también sirve para simbolizar **cualquier número par**, ya que al multiplicar **n** por 2, se obtiene un múltiplo de 2.

92. Elegí diferentes números pares.

a. Si le sumás 1 a cada uno de ellos, ¿obtenés números pares o impares?

b. Tu respuesta del ítem anterior se cumple siempre que a un par le sumes 1. Entonces, si cualquier número par se puede expresar como **2 · n**, ¿cómo expresarías cualquier número impar?

Si hay un número y una letra seguidos, se entiende que hay una multiplicación entre ellos.

$4 \cdot x = 4x$

93. Transcribí del lenguaje coloquial al simbólico.

a. Cualquier múltiplo de cinco:

b. El siguiente de un número:

c. El anterior de un número par:

d. La tercera parte de un número:

e. El doble de un número impar:

f. La mitad de cualquier múltiplo de siete:

g. La suma de dos números consecutivos:

h. El triple del siguiente de un número:

94. Belu nació cuando su mamá tenía veinticinco años, y tres años después nació su hermano.

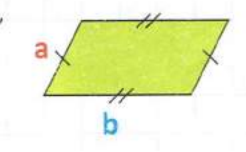
a. Escribí una expresión en lenguaje simbólico para calcular la edad de la mamá y otra para calcular la edad del hermano, conociendo la edad de Belu, que simbolizaremos con la letra **b**.

Edad de la mamá: Edad del hermano:

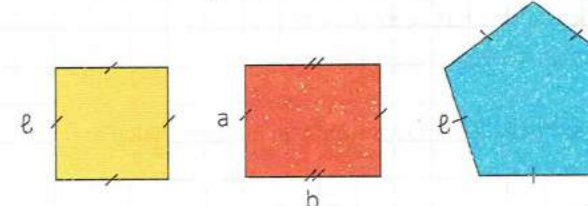
b. Calculá la edad actual de cada uno, si Belu ahora tiene 12 años.

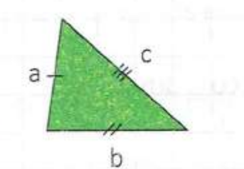
Edad actual de la mamá: Edad actual del hermano:

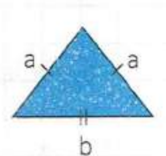
95. Para expresar el perímetro del paralelogramo dibujado, o sea la longitud de su contorno, se puede escribir **a** + **a** + **b** + **b** o también **2a** + **2b**.



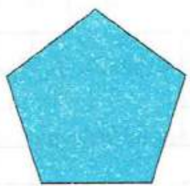
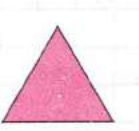
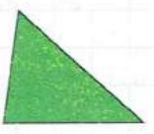
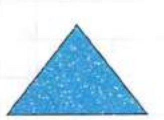
a. Para cada figura, escribí una expresión que represente su perímetro.



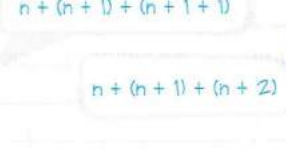




b. Calculá cada perímetro considerando estas medidas en metros: ℓ = 4, a = 4, b = 5, c = 6.

96. Hacé de profe En la clase de Matemática se pide expresar la suma de tres números consecutivos, y los chicos hacen distintas propuestas. Observalas con atención y determiná si alguna es incorrecta. De ser así, indicá qué es lo que realmente está expresando.



3n + 3

97. Cualquier número natural par siempre es el doble de otro natural, por eso lo expresamos como **2 · n**. El triple de cualquier par también es par, ya que $3 \cdot 2 \cdot \mathbf{n} = 2 \cdot 3 \cdot n$. O sea, es par por ser el doble de 3n. Analizá si el cuadrado de cualquier número par también es par.

$(2 \cdot n)^2 =$

98. Al hacer la división entera entre un número natural y 4, se puede obtener como resto: 0, 1, 2 o 3. Por eso, el dividendo puede expresarse de alguna de estas cuatro formas:

4**n** 4**n** + 1 4**n** + 2 4**n** + 3 ⟵ **n** representa el cociente de la división

a. Escribí un ejemplo para cada una de esas formas.

b. ¿Cuál de esas cuatro formas expresa un número divisible por 4? ¿Cómo te diste cuenta?

c. ¿Cómo serían las expresiones si el divisor fuese 2 en lugar de 4? ¿Qué clase de número expresa cada una? (Pista: observá la actividad **92. b.**).

Ecuaciones

Despejar la incógnita

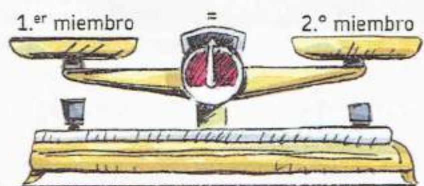
Las **ecuaciones** que se estudian en este libro son igualdades que contienen un valor desconocido llamado **incógnita**, representado con una letra. Se suele usar la letra **x**, pero puede ser cualquier otra.

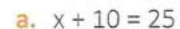
Resolver las ecuaciones planteadas significa encontrar qué valores de la incógnita hacen que se cumplan las igualdades; cada valor hallado es una **solución** de la ecuación. Para ello, hay que **despejar** la incógnita como muestran los ejemplos.

Todas las ecuaciones tienen dos **miembros** separados por el signo "=", como si fuesen los dos platillos de una balanza en equilibrio.

Para que no se pierda el equilibrio, todo lo que se hace en uno de los miembros hay que realizarlo también en el otro.

El objetivo es dejar la incógnita sola (despejada) en el primer miembro.





$2 \cdot x + 5 = 11$	Se separa en términos y se busca dejar en el 1.er miembro solo el término que tiene **x**.
$2 \cdot x + 5 - 5 = 11 - 5$	Para quitar el 5 que está **sumando**, se **resta** 5 en ambos miembros.
$2 \cdot x = 6$	Se cancelan los cincos ($\not{5} - \not{5} = 0$) y se opera.
$2 : 2 \cdot x = 6 : 2$	Para quitar el 2 que está **multiplicando**, se **divide** por 2 en ambos miembros.
$x = 3$	Se opera (2 : 2 = 1) y la incógnita está despejada; la solución es 3.

En la práctica se escribe directamente en el 2.° miembro lo que se va haciendo.
$2 \cdot x + 5 = 11$
$2 \cdot x = 11 - 5$
$x = 6 : 2$
$x = 3$

Siempre conviene **verificar** si con el valor hallado se cumple la igualdad.
Para ello, en la ecuación original se reemplaza la incógnita por ese valor y se opera.

En este ejemplo: $2 \cdot 3 + 5 = 6 + 5 = 11$ ✓ Como la igualdad se cumple, 3 es la solución.

99. Resolvé las ecuaciones. No olvides verificar si con cada valor hallado se cumple la igualdad.

a. $x + 10 = 25$

b. $3 \cdot x + 8 = 14$

c. $4 \cdot x - 8 = 5 \cdot 4$

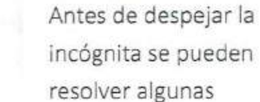
d. $x : 2 - 1 = 3^2$

e. $12 + 4 \cdot x = 9 \cdot 2 - 2$

f. $10 + x : 5 - 9 = \sqrt{49}$

g. $2 \cdot (x - 1) = 4^2$

h. $(x + 4) : 3 = \sqrt{25}$



Antes de despejar la incógnita se pueden resolver algunas operaciones.

$3 \cdot (2 + x) = 60 : 4$
$3 \cdot (2 + x) = 15$
$2 + x = 15 : 3$
$x = 5 - 2$
$x = 3$

$x : 4 + 1 = 3^2 - 5$
$x : 4 = 9 - 5 - 1$
$x = 3 \cdot 4$
$x = 12$

$(x - 6) : 2 = \sqrt{16}$
$x - 6 = 4 \cdot 2$
$x = 8 + 6$
$x = 14$

100. Hacé de profe Un chico del curso pasó al pizarrón a resolver una ecuación, pero cometió tres errores. Señalá cuáles son y resolvé la ecuación correctamente.

$x : 8 - 6 - \sqrt{4} = 0$
$x : 8 - 6 = 4^2$
$x : 2 = 16$
$x = 16 : 2$
$x = 8$

- ¿Cómo podrías saber que la ecuación está mal resuelta, sin revisar cada paso?

101. Uní cada enunciado con la ecuación que lo representa y con la solución.

La diferencia entre el doble del número desconocido y cuatro es igual a la suma entre uno y el cuadrado de tres.

El doble de la diferencia entre el número desconocido y cuatro es igual a la suma entre uno y el cuadrado de tres.

La diferencia entre el doble del número desconocido y cuatro es igual al cuadrado de la suma entre uno y tres.

El doble de la diferencia entre el número desconocido y cuatro es igual al cuadrado de la suma entre uno y tres.

$2(x - 4) = 1 + 3^2$

$2(x - 4) = (1 + 3)^2$

$2x - 4 = 1 + 3^2$

$2x - 4 = (1 + 3)^2$

7

10

9

12

102. Planteá una ecuación para averiguar la incógnita **x**, señalada con color en cada caso, y hallá la solución.

a. Con las **figuritas que tengo** y las 24 que tiene mi primo, completamos las 108 que lleva el álbum.

b. La mitad de **mi estatura** coincide con la de mi hermanita, que mide 76 cm de alto.

c. **Mi edad** más el cuadrado de dos es lo mismo que el cuadrado de cuatro.

d. Si cargo 15 litros de combustible, completo un cuarto del **total del tanque de nafta**.

e. Si **la temperatura actual** disminuyera diez grados, coincidiría con los 5 °C que hubo a las 9 de la mañana.

103. Martina irá a piano todos los miércoles del próximo mes. Se fijó en el almanaque y vio que el mes comienza un lunes.

a. ¿Cuál de las siguientes fórmulas sirve para averiguar la fecha de cada clase? Considerá que n = 1 corresponde a la primera clase.

☐ $7 \cdot n + 3$
☐ $7 \cdot (n - 1) + 3$
☐ $7 \cdot (n + 1) + 3$

b. ¿A cuál de esas tres expresiones corresponde la siguiente descripción: "Al séptuple del siguiente de un número se lo aumenta en tres unidades"? ¿Y "Un múltiplo de siete aumentado en 3 unidades"?

104. Señalá cuál es la expresión que corresponde al enunciado.

a. El producto entre dos números naturales consecutivos.

☐ $x \cdot x + 1$ ☐ $(x - 1) \cdot (x + 1)$ ☐ $(x - 1) \cdot x$

b. La diferencia entre un número y su tercera parte.

☐ $(x - x) : 3$ ☐ $x - x : 3$ ☐ $x : 3 - x$

c. El anterior del quíntuplo de un número natural.

☐ $5 \cdot (x - 1)$ ☐ $5x - 1$ ☐ $x - 1 \cdot 5$

105. Transcribí del lenguaje simbólico al coloquial.

a. $2n + 1$
b. $n : 5$
c. $6n - 1$
d. $n : 3 - 1$
e. $(n - 1) : 3$
f. $n - (n - 1)$

106. Ramiro observa que la mitad de 2 es impar, la mitad de 6, también, y lo mismo pasa con la mitad de 10, de 14 y de 18; entonces afirma que la mitad de cualquier número par es impar. ¿Qué opinás? ¿Tiene razón?

107. Considerá **3n** como la expresión de cualquier múltiplo de 3.

a. Indicá cuál de las siguientes expresiones representa el múltiplo de 3 que le sigue.

☐ **3n + 1** ☐ **3n + 2** ☐ **3n + 3**

b. Escribí el cálculo que permite averiguar qué diferencia hay entre ambos números.

c. ¿De cuánto es esa diferencia? ¿Depende del múltiplo de 3 considerado?

108. Resolvé las ecuaciones y verificá las soluciones.

a. $x + 20 = 65$
b. $2 \cdot x + 9 = 19$
c. $8 \cdot x - 4 = 4 \cdot 7$
d. $x : 3 - 2 = 5^2$
e. $20 + 3 \cdot x = 8 \cdot 5 - 2$
f. $11 + x : 6 - 8 = \sqrt{25}$
g. $9 \cdot (x - 7) = 3^2$
h. $(x + 3) : 2 = \sqrt{64}$

109. Estrategia: prueba y error. Considerá las siguientes ecuaciones:

a. $3x - 10 = 2$
b. $x + 5 = 9$
c. $2 \cdot (x + 1) = 10$
d. $(x - 2) : 3 = \sqrt{36}$

Excepto una, todas las demás tienen la misma solución. ¿Cuál de estos dos métodos usarías para descubrir cuál es la ecuación con la solución diferente?

I. Resolver todas las ecuaciones y comparar.

II. Resolver una ecuación (¿cuál?) y probar su solución en las demás ecuaciones.

Explicá la ventaja de usar el método que elegiste.

110. Planteá una ecuación que represente cada enunciado y hallá su solución.

a. La suma entre el doble del número que pensé y 13 es igual al anterior de 64.

b. El doble de la suma entre el número que anoté y 13 es igual al siguiente de 63.

c. La diferencia entre un número desconocido y 27 da lo mismo que la suma entre 4 y la raíz cuadrada de 9.

111. Leé atentamente cada enunciado para determinar cuál es el dato que se ignora, es decir, la incógnita. Luego, escribí una ecuación para cada enunciado y averiguá el valor de la incógnita.

a. Si me subo a la balanza junto con mi primita, entre mi peso y sus 8 kg llegamos a 40 kg.

b. El triple de mi edad da lo mismo que la edad de mi tío, que tiene 33 años.

c. La media docena de galletitas que quedan en el paquete es la cuarta parte de las que traía.

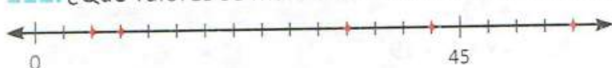
d. Si Pablo corriera 2 km más por día, alcanzaría los 35 km semanales.

e. Si al doble de los caramelos que hay en la bolsa se le quitan 15, se obtiene el cuadrado de 9.

f. La edad de Valentina dentro de 10 años será el doble de 11.

Repaso todo

112. ¿Qué valores se marcaron en la recta numérica?



113. Indicá qué propiedad o propiedades se aplicaron en cada cálculo para resolverlo.

a. $15 + 5 + 16 = 20 + 16 = 36$

b. $42 + 7 + 8 = 42 + 8 + 7 = 50 + 7 = 57$

c. $4 \cdot 5 \cdot 6 = 4 \cdot 30 = 120$

d. $2 \cdot 19 \cdot 5 = 19 \cdot 5 \cdot 2 = 19 \cdot 10 = 190$

e. $6 \cdot (5 + 8) = 30 + 48 = 78$

114. Observá el ejemplo y resolvé mentalmente. Mostrá cómo hiciste.

$42 + 48 = 40 + 2 + 40 + 8 = 80 + 10 = 90$

a. $23 + 17 =$ d. $67 + 73 =$

b. $34 + 26 =$ e. $21 + 14 + 15 =$

c. $58 + 12 =$ f. $18 + 31 + 71 =$

115. Reescribí algunos factores como una suma o una diferencia, y resolvé aplicando la propiedad distributiva.

a. $99 \cdot 8 =$ c. $9 \cdot 2.001 =$

b. $41 \cdot 7 =$ d. $998 \cdot 6 =$

116. Descomponé en forma conveniente los factores para calcular los productos mentalmente.

a. $15 \cdot 40$ b. $25 \cdot 18$ c. $55 \cdot 16$

117. ¿Cuál es el menor número que hay que sumarle al dividendo en cada caso para que la división entera sea exacta?

a. $45 : 6$ b. $90 : 8$ c. $125 : 7$

118. Considerá los números 8 y 12.

a. ¿7 es divisor de alguno de esos números?

b. Respondé sin hacer cuentas: ¿se podrían repartir 8 docenas de empanadas en 7 partes iguales?

c. Respondé haciendo cuentas: ¿cuántas empanadas sobrarían al tratar de hacer ese reparto? ¿Qué cuentas hiciste?

119. Estrategia: prueba y error Carla tiene entre 30 y 40 lápices. Si los reparte en 2 cartucheras, le sobra 1, y si los distribuye en 3 cartucheras, le sobran 2. ¿Cuántos lápices tiene, si los repartos son en cantidades iguales?

120. Para ver cómo repartir 110 caramelos duros en 8 bolsitas iguales, Álvaro hizo esta división:

110	8
6	13

a. ¿Qué representa el número 13 en la cuenta: caramelos o bolsitas? ¿Y el 6?

b. ¿Cuántos caramelos habría que agregar para poner uno más en cada bolsita? Señalá la opción correcta.

8 7 2

121. Un 1 seguido de doce ceros es un billón.

a. ¿Cómo podés escribir un billón mediante una potencia?

b. ¿Es cierto que un billón es lo mismo que un millón al cuadrado? ¿Cómo lo explicás?

122. Expresá cada cálculo utilizando una sola potencia.

a. $10^2 \cdot 10^3 =$ c. $6^5 : 6^3 =$ e. $(2^2)^3 =$

b. $3^5 \cdot 3^0 : 3^3 =$ d. $4^3 : 4^0 =$ f. $5^2 \cdot 3^2 =$

123. Hacé de profe Corregí la tarea de Bruno. Si hay algo mal, señalalo y resolvé en forma correcta.

a. $(3 + 2)^2 = 3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13$

b. $(5 - 2)^2 = 5^2 - 2^2 = 25 - 4 = 21$

c. $(4 - 2)^3 : 2^2 = (4^3 - 2^3) : 4 = (64 - 8) : 4 = 14$

124. Considerá que tenés 225 dados iguales de seis caras (cubitos).

a. Si tuvieras que formar con ellos el "cuadrado" del mayor tamaño posible, ¿cuántos dados pondrías en cada fila?

b. ¿Y si usaras solo 100?

c. Una vez armado el "cuadrado" del ítem b, ¿podrías armar un cubo con los dados restantes? Si respondés que no, explicá por qué; en caso contrario, indicá cuántos dados tendría de alto.

125. Calculá.

a. $(23^0 + 2)^2 : \sqrt{1 + 2^3} + \sqrt{1 + 7 \cdot 3^2}$

b. $\sqrt[3]{2^7 : 2^4} + \sqrt{12^2 + 5^2} : (3 + 2 \cdot 5)$

126. Para explicarle a su hermana que el sistema de numeración decimal es posicional, Ana escribió un número con dos cifras repetidas. ¿Qué explicación te parece que pudo haberle dado a continuación? Mostrá un ejemplo.

127. ¿Qué número en el sistema decimal corresponde a cada descomposición realizada usando potencias de 10?

a. $2 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0$

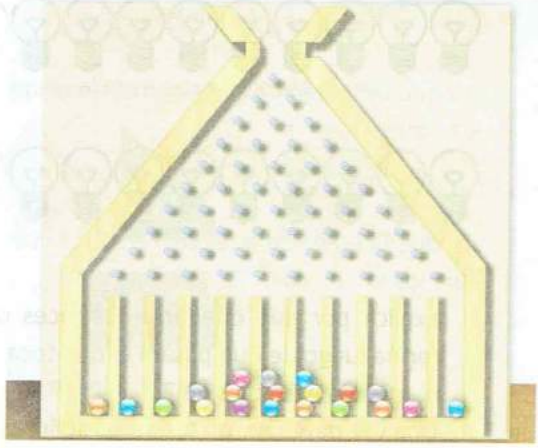
b. $7 \cdot 10^5 + 6 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^1$

c. $4 \cdot 10^6 + 8 \cdot 10^4 + 9 \cdot 10^2$

128. ¿Por qué en el sistema de numeración decimal es necesario que haya un símbolo para el cero?

129. Los alumnos de una escuela armaron un dispositivo como el de la imagen. Se dejan caer bolitas que, después de rebotar en varias clavijas, terminan en alguno de los compartimientos inferiores.

a. Si cada compartimiento representara una potencia de 10, ¿qué número se formó al arrojar 20 bolitas que quedaron como muestra la imagen?



10^{10} 10^9 10^8 10^7 10^6 10^5 10^4 10^3 10^2 10^1 10^0

b. Si se arrojaran 9 bolitas, ¿cuál es el menor número que se podría formar? ¿Y el mayor?

c. ¿Y cuáles son el menor y el mayor si se arrojaran 10 bolitas, y en cada compartimiento entraran 9 como máximo?

130. Observá cada descomposición y escribí a qué número corresponde en el sistema binario y a cuál en el sistema decimal. Mirá el ejemplo.

$1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 1011_2$ ← binario

$8 + 0 + 2 + 1 = 11$ ← decimal

a. $1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$

b. $1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$

c. $1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2 + 1$

131. Observá de nuevo la imagen de la actividad **129**. Si en lugar de representar potencias de 10 los compartimientos representaran potencias de 2, ¿podrían las bolitas formar un número binario, así como están dispuestas?

132. Pasá los números del sistema decimal al binario. Recordá que podés hacer divisiones sucesivas por 2 hasta obtener un 1 en el cociente.

a. 7 b. 19 c. 23 d. 27

133. Pasá del sistema binario al decimal.

a. 1111111_2 c. 10000011_2
b. 1010100_2 d. 1000001_2

134. Lautaro no entiende por qué los sistemas de numeración romano y egipcio son *no posicionales*. ¿Cómo podrías explicárselo? (Pensá, por ejemplo, cuánto vale la X en el sistema romano o el símbolo ∩ en el egipcio).

135. Completá el cuadro.

Sistema	Cantidad de símbolos que usa	¿Es posicional?	¿Tiene cero?
Egipcio			
Romano			
Decimal			
Binario			

136. Si te pidieran que escribas un número en el sistema decimal, ¿podría cada símbolo aparecer la cantidad de veces que quisieras o hay un límite? ¿Y si tuvieses que escribir un número en el sistema binario? ¿Y en el egipcio?

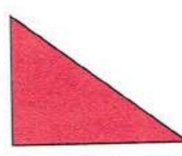
137. Escribí una cifra sobre cada rayita de modo que el número 3__.42__ cumpla con el requisito.

a. Que sea divisible por 4 y por 9 a la vez.
b. Que sea múltiplo de 3 y también de 10.
c. Que tanto 5 como 6 sean divisores del número.

138. ¿Verdadero o falso?

a. Todo múltiplo de 3 es múltiplo de 9.
b. Cualquier múltiplo de 35 es divisible por 7.
c. El 1 es únicamente divisor de 1.

139. Seguí las pistas y calculá la medida del contorno del triángulo (está dibujado de un tamaño menor que el real).



- La medida del lado mayor es un múltiplo de 5 que no termina en cero.
- Las medidas de los lados son tres múltiplos de 3 consecutivos.
- La suma de las medidas de los tres lados es un múltiplo de 6 menor que 100.

140. Hay un número primo entre los de abajo. ¿Cómo podés descubrirlo? Pista: usá las reglas de divisibilidad.

109 477 192 2.127 585 5.826

141. Hacé de profe Tené en cuenta lo que figura en el cartel y corregí las afirmaciones de Zoe, sin hacer ninguna división. Si hay errores, explicá cómo los descubriste.

$560 = 2^4 \cdot 5 \cdot 7$

a. 560 es divisible por 35.
b. 16 es múltiplo de 560.
c. 8 no es factor de 560.
d. 40 es uno de los divisores de 560.
e. 560 no es divisible por 28.

142. Si se multiplican tres números primos, se obtiene el número que pensó Pedro. Dos de ellos también forman parte de la factorización de 220 y de 385, mientras que el tercero es el único primo que aparece en la factorización de 2.197. ¿Cuál es el número que pensó Pedro?

143. ¿Cómo podés hacer con la calculadora para saber si un número natural es divisible por otro número natural?
Pista: pensá qué tipo de resultado debería aparecer si la división fuese exacta.

144. Los números naturales que se pueden escribir como un cuadrado, como 4, que es 2^2, o 9, que es 3^2, se llaman "cuadrados perfectos". ¿Es cierto que en la factorización de cualquier cuadrado perfecto mayor que 1, todos los factores aparecen con exponente par? Mostrá algunos ejemplos.

145. Leé atentamente el siguiente relato:
En un pasillo hay 10 luces encendidas, cada una con su interruptor. Pasa un señor por el pasillo y toca los interruptores pares (el 2.°, el 4.°, etc.), por lo que termina apagando la mitad de las luces. Luego pasa otro señor y solo toca los interruptores múltiplos de 3, de manera que apaga algunas luces y prende otras. Más tarde pasa un señor que solo toca los interruptores múltiplos de 4, luego otro con los múltiplos de 5, y así sucesivamente hasta el último señor, que solo toca los múltiplos de 10.

Así quedan luego de que pasó el señor que tocó los pares.

Así queda luego de que pasó el señor que tocó solo los múltiplos de 3.

a. Explicá por qué quedaron las luces de esa forma luego de que pasara el que toca únicamente los múltiplos de 3.
b. Una vez que pasaron todos los señores, ¿qué luces quedaron encendidas?
c. ¿Qué tienen en común los números de posición de esas luces?

146. ¿Cuál es el menor número natural que al dividirlo por 70, por 175 o por 245 se obtiene resto cero? Mostrá cómo lo encontrás.

147. Ana tiene menos de 200 figuritas. Si las apila de a 18, de a 54 o de a 81, siempre le queda una suelta. ¿Cuántas tiene? ¿Cómo lo averiguaste?

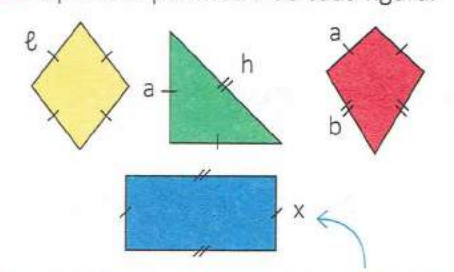
148. Hallá el m.c.m. y el m.c.d. de los números indicados.

a. 10, 55 y 75 b. 300, 700 y 1.100.

149. Imaginá que tenés una plancha rectangular de telgopor de 60 cm de ancho y 105 cm de largo, y tenés que recortar cuadrados iguales del mayor tamaño posible de modo que no te sobre nada de telgopor. ¿Podrás hacerlo? Si pensás que sí, indicá cuántos cuadrados obtendrías y de qué tamaño. Si opinás que es imposible, explicá los motivos.

150. ¿Qué número pudo haber pensado cada uno? Hay más de una posibilidad.

151. Expresá el perímetro de cada figura.



El lado mayor mide el doble que el menor.

152. Expresá en lenguaje simbólico.

a. La suma de un número y su siguiente.
b. La suma de cinco números consecutivos.
c. La suma de tres números pares consecutivos.
d. La suma de cuatro números impares consecutivos.

153. Dos de las cuatro expresiones que figuran en los carteles simbolizan lo mismo.

$3 \cdot (2n + 1)$ $2 \cdot (3n + 1)$

$2 \cdot 3n + 1$ $3 \cdot 2n + 1$

a. Aplicá la propiedad distributiva, efectuá todos los productos y descubrí cuáles son.
b. ¿Cómo podrías haberlas descubierto sin aplicar la propiedad distributiva? (Pista: ¿qué pasa si reemplazás la letra **n** por un número cualquiera, pero el mismo en todas?).
c. ¿Alguna de las expresiones de los carteles representa el siguiente de un múltiplo de 6? ¿Cuál o cuáles?

154. Observá la sucesión de números.

4 7 10 13 ....

a. Descubrí la regla con la que se armó la sucesión y anotá los tres números que siguen.
b. Juana y Nico proponen expresiones que permitirían obtener cada uno de los números de la sucesión. Comprobá si alguna de esas expresiones es válida reemplazando la **n** (lugar en la secuencia) por 1, 2, 3, ...

Juana → $2n + 2$ Nico → $3n + 1$

c. Usá la fórmula correcta para averiguar qué número ocupa el lugar cincuenta en la sucesión, sin tener que escribir toda la secuencia.

155. Resolvé planteando una ecuación y verificá el resultado.

a. Ale compró dos raquetas iguales y, además, una remera de $599. Todo le costó $3.097. ¿Cuánto le costó cada raqueta?
b. ¿Cuál es la edad de Manu, si dentro de 70 años tendrá el doble de los años que hoy tiene su papá, que acaba de cumplir 41?

156. Resolvé las ecuaciones y verificá los resultados.

a. $(x + 14) \cdot 5 = 80$
b. $17 + 5x - 13 = 3^3 - 3$
c. $3x : 6 - 40 = \sqrt{100}$
d. $(2 + 3x) \cdot 4 = 2^5$

Saquen una hoja

Marcá la opción correcta.

1. Sin efectuar todo el cálculo, indicá en cuál hay un error.

- [ ] $121 \cdot 2 \cdot 41 = 82 \cdot 121$
- [ ] $79 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 10 = 21 \cdot 790$
- [ ] $(85 - 45) \cdot 30 = 30 \cdot 40$
- [ ] $(39 - 12) \cdot 7 = 7 \cdot 39 \cdot 12$

2. Se sabe que **$132 \cdot n = 660$**. ¿Cuánto es **$264 \cdot n$**?

- [ ] 330
- [ ] 1.320
- [ ] 924
- [ ] 174.240

3. En una división entera, ¿qué afirmación es falsa?

- [ ] Si el resto es 0, la división es exacta.
- [ ] Si el dividendo es 0, el cociente es 0.
- [ ] El divisor no puede ser 0.
- [ ] El cociente no puede ser 0.

4. Indicá cuál es el único cálculo en el que se aplicaron correctamente las propiedades de la potenciación y de la radicación.

- [ ] $2^3 \cdot 2^4 + (1+3)^2 + \sqrt{9+16} = 2^{12} + 4^2 + \sqrt{25}$
- [ ] $2^3 \cdot 2^4 + (1+3)^2 + \sqrt{9+16} = 2^7 + 1^2 + 3^2 + \sqrt{25}$
- [ ] $2^3 \cdot 2^4 + (1+3)^2 + \sqrt{9+16} = 2^7 + 4^2 + \sqrt{9} + \sqrt{16}$
- [ ] $2^3 \cdot 2^4 + (1+3)^2 + \sqrt{9+16} = 2^7 + 4^2 + \sqrt{25}$

5. Señalá el resultado del cálculo que figura en el cartel.

$$\sqrt{(1+7) \cdot 2^3} + 4^2 : 4^1 - 1^{10}$$

- [ ] 2
- [ ] 5
- [ ] 8
- [ ] 11

6. ¿Qué número en el sistema de numeración decimal equivale al número binario 1010101010_2?

- [ ] 5
- [ ] 682
- [ ] 31
- [ ] 2.020.202.020

7. ¿Cuál es la factorización del número 4.680?

- [ ] $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 13$
- [ ] $2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 13$
- [ ] $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 13$
- [ ] $2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 13^2$

8. Indicá cuáles son, en orden, el m.c.m. y el m.c.d. de los números 48, 60 y 180.

- [ ] 12 y 720.
- [ ] 240 y 12.
- [ ] 720 y 12.
- [ ] 180 y 60.

9. A un número natural **n** hay que sumarle el anterior de **n** y el siguiente de **n**. ¿Qué fórmula no representa ese cálculo?

- [ ] $(n - 1) + n + (n + 1)$
- [ ] $n + n + 1 + n + 2$
- [ ] $n - 1 + n + n + 1$
- [ ] $3 \cdot n$

10. ¿Cuál de las ecuaciones no tiene $x = 5$ como solución?

- [ ] $6 \cdot x = 3 + 3^3$
- [ ] $5^2 \cdot x + 5 = 5^4 : 5^3$
- [ ] $4 \cdot x - 1 = 6 \cdot 3 + 1$
- [ ] $2 \cdot (x + 3) = 4 \cdot (3 + 1)$

11. Considerá la expresión de un número par **2n**. ¿Qué tipo de número es **2n – 3**?

- [ ] Par.
- [ ] Impar.
- [ ] A veces par, a veces impar.
- [ ] No puede saberse, faltan datos.

Controlá tus respuestas en la página 157.

Esto ya lo sabía...

1. Dibujá lo que se indica y escribí en cada caso qué instrumentos de geometría utilizaste para hacer el dibujo.

   a. Dos ángulos que tengan un lado en común y que juntos formen un ángulo llano, con la condición de que uno de ellos sea agudo.

   b. Dos ángulos que tengan un lado en común y que juntos formen un ángulo recto.

   c. Dos ángulos rectos que tengan un lado en común.

Matemundo

Una constelación es un grupo de estrellas que toma una forma simbólica en el cielo nocturno.

Las civilizaciones o pueblos antiguos las vinculaban con animales o personajes míticos. Actualmente se siguen analizando y tomando en cuenta. La Unión Astronómica Internacional reconoce 88 constelaciones, entre las cuales están representados todos los personajes del Zodíaco.

Este, por ejemplo, es el dibujo de la constelación de Sagitario.

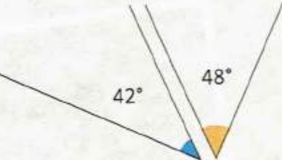
- *Señalá sobre el dibujo dos pares de ángulos que tengan un lado en común.*

Ángulos en el plano

Ángulos consecutivos, complementarios y suplementarios

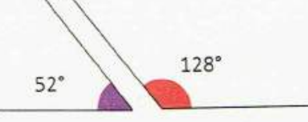
Son **consecutivos** los ángulos que tienen solo un lado en común, como los señalados con verde y violeta en el dibujo.

Dos ángulos son **complementarios** cuando sus amplitudes suman 90°.



Estos ángulos son complementarios (cada uno es el complemento del otro) porque $42° + 48° = 90°$. Formarían un ángulo recto al hacerlos consecutivos.

Dos ángulos son **suplementarios** cuando sus amplitudes suman 180°.



Estos ángulos son suplementarios (cada uno es el suplemento del otro) porque $52° + 128° = 180°$. Formarían un ángulo llano al hacerlos consecutivos.

2. Completá la tabla.

$\hat{\alpha}$	Complemento de $\hat{\alpha}$	Suplemento de $\hat{\alpha}$
62°		
33°		
		126°

Algunas letras griegas:

α → alfa
β → beta
γ → gamma
δ → delta
ε → épsilon
ϕ → fi
λ → lambda
ω → omega
π → pi

3. Hacé de profe Revisá si lo que Nina completó con rojo es correcto. Si hay errores, corregilos.

a. El suplemento de 74° es 16°.

b. El complemento de 27° es 63°.

c. El suplemento de un ángulo recto mide 0°.

d. El complemento de un ángulo recto mide 90°.

4. Estrategia: buscar ejemplos Completá estos carteles con ***siempre***, ***a veces*** o ***nunca*** según corresponda.

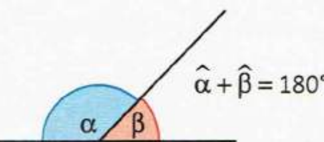
El complemento de un ángulo agudo .... es obtuso.

El suplemento de un ángulo obtuso .... es agudo.

El suplemento de un ángulo .... es un ángulo recto.

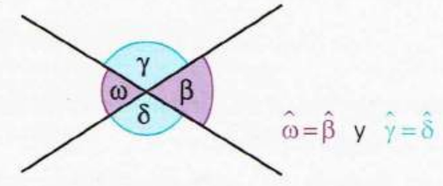
Ángulos adyacentes y opuestos por el vértice

Dos ángulos son **adyacentes** si son consecutivos y suplementarios.



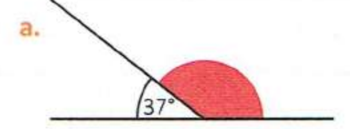
Los ángulos dibujados son adyacentes: tienen un lado en común y forman un ángulo llano.

Los ángulos **opuestos por el vértice** son aquellos cuyos lados son semirrectas opuestas. Estos ángulos tienen igual amplitud.

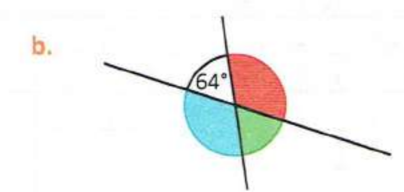


5. Calculá la amplitud de los ángulos coloreados. Escribí tus cálculos y tus explicaciones.

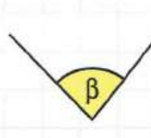
a.



b.

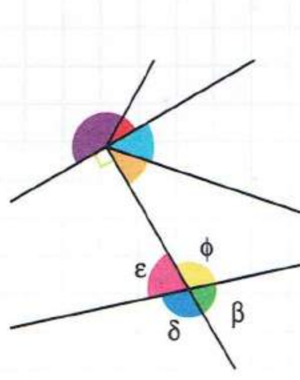


6. Estrategia: hacer un dibujo Completá la conclusión.



$\hat{\alpha}$ es adyacente a $\hat{\beta}$ y $\hat{\varepsilon}$ también es adyacente a $\hat{\beta}$.
$\hat{\alpha}$ y $\hat{\varepsilon}$ son ....

7. Observá el dibujo.



a. Nombrá:

- ✓ un ángulo complementario al celeste:
- ✓ uno suplementario al rojo:
- ✓ uno adyacente a $\hat{\beta}$:
- ✓ el opuesto por el vértice de $\hat{\varepsilon}$:

b. Si $\hat{\delta} = 108°$, ¿podés calcular cuánto miden $\hat{\varepsilon}$, $\hat{\beta}$ y $\hat{\varphi}$? Explicá cómo lo pensás.

c. Si el ángulo anaranjado mide 41° y el rojo, 31°, ¿cuánto mide el celeste? ¿Y el violeta? Escribí los cálculos que hacés.

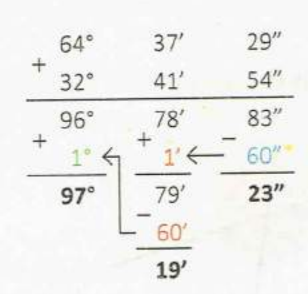
Suma y resta

Para medir ángulos en el sistema sexagesimal se usa el **grado (°)**. Cada una de las 360 partes iguales en que se divide un ángulo de un giro mide 1°. Para ángulos menores que 1° se usan los **minutos (′)** y los **segundos (″)**.

Un grado son 60 minutos → $1° = 60'$ Un minuto son 60 segundos → $1' = 60''$

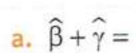
Para operar se suman o restan por separado las cantidades de igual denominación. Para restar, si es necesario, se transforma 1° en 60′ o 1′ en 60″.

En el resultado final, los minutos y los segundos deben ser menores que 60.



	41′	79″
127°	~~42′~~	~~19″~~
− 93°	35′	44″
34°	**6′**	**35″**

8. Tené en cuenta que $\hat{\beta} = 52°\ 11'\ 53''$ y $\hat{\gamma} = 147°\ 29'\ 32''$ y calculá. Luego podés controlar con la calculadora si lo hiciste bien.



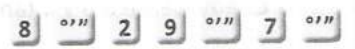
a. $\hat{\beta} + \hat{\gamma} =$

c. El complemento de $\hat{\beta} =$

b. $\hat{\gamma} - \hat{\beta} =$

d. El suplemento de $\hat{\gamma} =$

Para ingresar 8° 29′ 7″ en la calculadora se pulsa:



En el visor, los símbolos de los minutos y los segundos se ven como los de los grados.

9. Seguí las pistas y descubrí cuál es la tarjeta que le corresponde a cada uno.

- ✓ El ángulo de la tarjeta de Ramiro es lo que le falta al ángulo suplementario de 125° 19′ para ser recto.
- ✓ La diferencia entre 147° 28′ 40″ y 32° 53″ es la amplitud del ángulo de Pedro.
- ✓ La amplitud del ángulo de Tomás es lo que le falta al ángulo de Pedro para ser llano. La tarjeta sobrante es de Uri.

115° 27′ 47″

64° 32′ 13″

114° 35′ 40″

35° 19′

10. Calculá.

a. El triple de un ángulo de 65° 33′ 29″.

Multiplicación y división con medidas angulares

Se multiplica y se divide cada columna por separado. Al dividir los grados, los minutos y los segundos (en ese orden), si el resto no es 0, este se transforma en minutos o segundos, según el caso.

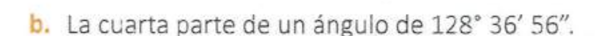
52°	23′	48″
		× 3
156°	69′	144″
+ 1°	+ 2′	− 120″
157°	71′	**24″**
	− 60′	
	11′	

124° 17′ 120″ | 3

1° → + 60′ → 0″ → 41° 25′ 40″

77′

2′



b. La cuarta parte de un ángulo de 128° 36′ 56″.

11. ✔ Hacé de profe Revisá si lo que Seba completó con violeta es correcto. Si hay errores, corregilos.

a. La cuarta parte de 148° 24″ supera a la mitad de 56° 19′ en 8° 50′ 36″.

b. Cinco ángulos consecutivos de 19° 28′ 41″ cada uno, junto con otro consecutivo de 7° 23′ 25″ forman un llano.

12. El doble del ángulo que pensó Marina es 86° 59′ 46″ y la tercera parte del que escribió Milena, 31° 57′ 20″. ¿Cuánto suman los dos ángulos que pensaron?

13. Considerá estos ángulos.

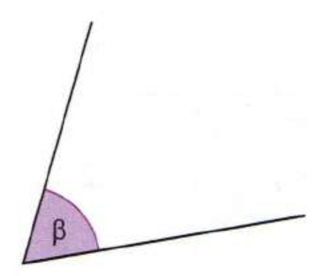
$\hat{\alpha} = 76° 27′ 52″$ $\hat{\beta} = 56° 39′$

a. ¿En cuánto supera el triple de $\hat{\beta}$ a $\hat{\alpha}$?

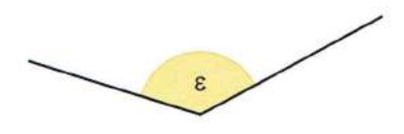
b. El complemento de $\hat{\alpha}$, ¿es menor o mayor que la tercera parte de $\hat{\beta}$? ¿Cuánto más o cuánto menos mide?

14. Dibujá.

a. Un ángulo $\hat{\varepsilon}$ complementario de $\hat{\beta}$ y otro $\hat{\alpha}$ suplementario de $\hat{\beta}$.



b. Un ángulo $\hat{\alpha}$ opuesto por el vértice de $\hat{\varepsilon}$ y otro $\hat{\beta}$ adyacente a $\hat{\varepsilon}$.



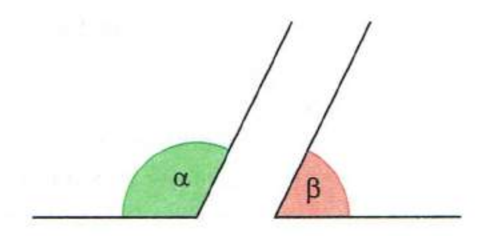
15. Completá el cuadro.

$\hat{\delta}$	Complemento de $\hat{\delta}$	Suplemento de $\hat{\delta}$
76°		
	32°	
		127°
34° 45′		

16. Pipo dice que no hay ningún ángulo que mida igual que su complementario. ¿Tiene razón? ¿Por qué?

17. ¿Cuánto mide un ángulo cuya amplitud es igual a la de su suplementario?

18. Sol dice que $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son adyacentes porque sus amplitudes suman 180°. ¿Estás de acuerdo?



19. Estrategia: buscar ejemplos Completá con *siempre, a veces* o *nunca*.

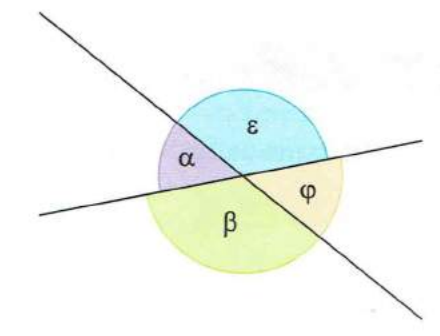
a. Dos ángulos opuestos por el vértice .... tienen igual amplitud.

b. Dos ángulos opuestos por el vértice .... son suplementarios.

c. Dos ángulos adyacentes .... son complementarios.

d. Dos ángulos opuestos por el vértice .... son complementarios.

20. Calculá la amplitud de los ángulos señalados considerando que $\hat{\varphi}$ mide el doble del complemento de 65° 15′. Escribí los cálculos que hacés.



21. Tené en cuenta los siguientes ángulos y calculá.

$\hat{\pi} = 52° \ 32' \ 16''$ $\hat{\gamma} = 111° \ 54''$

$\hat{\omega} = 136° \ 42'$ $\hat{\varepsilon} = 69° \ 13' \ 26''$

a. $\hat{\pi} + \hat{\omega} + \hat{\varepsilon}$

b. $\hat{\gamma} + \hat{\pi} - \hat{\omega}$

c. $2\hat{\varepsilon} - \hat{\pi}$

d. $\frac{1}{2}\hat{\gamma} + \hat{\omega}$

e. $(\hat{\pi} + \hat{\omega}) : 4$

f. El doble de $(\hat{\omega} - \hat{\varepsilon})$.

g. $3\hat{\pi} - 2\hat{\varepsilon}$

h. La mitad de $(\hat{\pi} + \hat{\gamma})$.

22. El cuádruple de la amplitud de $\hat{\alpha}$ es 131° 12′ y la tercera parte de la amplitud de $\hat{\beta}$ es 49° 4′.

a. ¿Son suplementarios los ángulos $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$? ¿Por qué?

b. Calculá el complemento de $\hat{\alpha}$.

Circunferencia

23. Dibujá una circunferencia de 2 cm de radio. Luego, marcá un diámetro y una cuerda que no pase por el diámetro.

Circunferencia

Todos sus puntos están a la misma distancia de otro llamado **centro**. Esa distancia es el **radio**.

Cualquier segmento que une dos puntos de la circunferencia es una **cuerda**. Si la cuerda pasa por el centro, es un **diámetro** y mide el doble que el radio.

24. Estrategia: probar con ejemplos Observá la circunferencia que trazaste en la actividad **23**.

a. ¿Se puede trazar una cuerda de 5 cm?

b. ¿Cuál es la mayor longitud que puede tener una cuerda de esa circunferencia?

25. Estrategia: buscar una regla general Probá con distintos ejemplos. Luego completá el último enunciado.

a. Dibujá dos circunferencias de radios distintos, de modo que la distancia entre los centros sea igual que la suma de los radios.

b. Dibujá dos circunferencias de radios distintos, de modo que la distancia entre los centros sea menor que la suma de los radios.

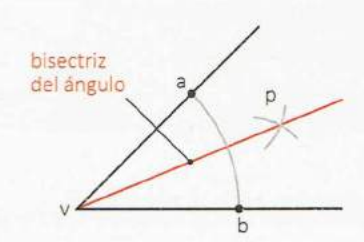
c. Dibujá dos circunferencias de radios distintos, de modo que la distancia entre los centros sea mayor que la suma de los radios.

- *Dos circunferencias tienen solo un punto en común si la distancia entre los centros es .... que la suma de los radios; y tienen .... puntos en común si la distancia entre los centros es menor que la suma de los radios. Cuando la distancia entre los centros es .... que ...., las circunferencias no tienen puntos en común.*

Bisectriz y mediatriz

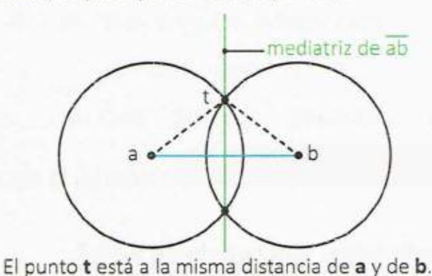
La **bisectriz de un ángulo** es la semirrecta, con origen en el vértice, que lo divide en dos partes iguales.

Para trazarla con compás, se marca un arco con centro en el vértice **v** que corte los lados en dos puntos, **a** y **b**. Se pincha en **a** y en **b**, y se trazan dos arcos de igual abertura, que se corten en un punto **p**. Luego se traza una semirrecta con origen en **v que pasa por p**.



La **mediatriz de un segmento** es la recta perpendicular a este que pasa por su punto medio. Cada punto de la mediatriz equidista (está a la misma distancia) de los extremos del segmento.

Para trazarla, se pincha con el compás en los extremos del segmento y se dibujan dos circunferencias de igual radio, que se corten en dos puntos. Luego se traza la recta que pasa por esos dos puntos.



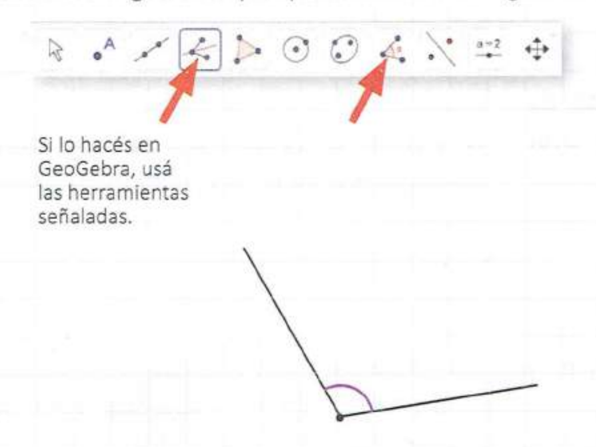
El punto **t** está a la misma distancia de **a** y de **b**.

26. Seguí los pasos que indicó el profesor de Alejo.

a. "Tracen la mediatriz del segmento".

b. "Marquen un punto **e** que pertenezca a la mediatriz. Luego tracen una circunferencia con centro en **e** que pase por **a**".
Alejo afirma que es seguro que esa circunferencia pasará también por **b**. ¿Por qué puede asegurarlo?

27. Trazá la bisectriz del ángulo y luego comprobá si las amplitudes de los dos ángulos en que quedó dividido son iguales.



28. Trazá dos ángulos adyacentes $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$. Luego, dividí $\hat{\alpha}$ en dos partes iguales y trazá las bisectrices de cada una de ellas. Damián dice que cada uno de estos ángulos que quedan determinados representan la cuarta parte del suplemento de $\hat{\beta}$. ¿Tiene razón? ¿Por qué? Mostrá cómo razonás.

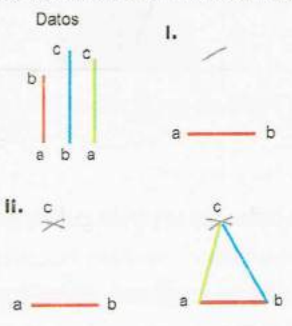
Triángulos: construcciones y suma de ángulos interiores

Algunas construcciones

Dados los 3 lados

I. Se traza, por ejemplo, el segmento $\overline{ab}$. Se abre el compás con la medida del segmento celeste, se pincha en **b** y se traza un arco.

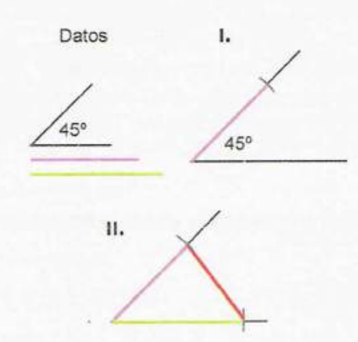
II. Luego se abre el compás con la medida del segmento verde y se hace otro arco con centro en **a** que corte el primero. Queda determinado así el punto **c**.



Dados 2 lados y el ángulo comprendido

I. Se dibuja un ángulo de la amplitud indicada. Sobre uno de los lados del ángulo se traslada, con compás, el segmento violeta.

II. Sobre el otro lado se transporta el segmento verde. Se completa el triángulo trazando el tercer lado.



Clasificación de triángulos

Según sus lados
- **Escaleno:** 3 lados distintos.
- **Isósceles:** 2 lados de igual longitud.
- **Equilátero:** 3 lados de igual longitud.

Según sus ángulos
- **Acutángulo:** 3 ángulos agudos.
- **Rectángulo:** un ángulo recto.
- **Obtusángulo:** un ángulo obtuso.

29. Dibujá cada triángulo con regla y compás. Luego, clasificalos según sus lados y sus ángulos.

a. Con tres lados de 3 cm.

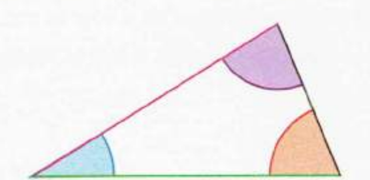
b. Con un lado de 4 cm y otros dos de 2,5 cm.

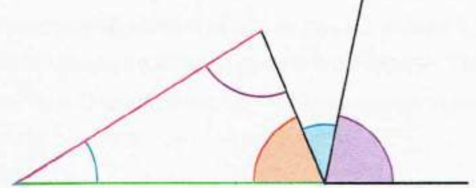
c. Con dos lados de 3,5 cm y el ángulo comprendido entre ellos, de 65°.

30. Dibujá, con regla y compás, un triángulo cuyos lados midan 4 cm, 3 cm y 2 cm. Luego, trazá otros triángulos cambiando la posición del vértice que no pertenece al lado de 4 cm y observá cómo varían las longitudes de los otros dos lados. ¿Podrías hacer que estos midan 2 cm cada uno? ¿Y que midan 1,5 cm y 2 cm?

Propiedades de los triángulos

- Cada lado es menor que la suma de los otros dos.
- El ángulo mayor se opone al lado mayor.
- Los ángulos opuestos a los lados de igual longitud tienen la misma amplitud.
- **La suma de sus ángulos interiores es 180°**. Esto se puede comprobar si se agrupan los tres ángulos de manera consecutiva y se forma uno llano.





El ángulo violeta es opuesto al lado verde.
Los ángulos azul y violeta son adyacentes al lado rojo.

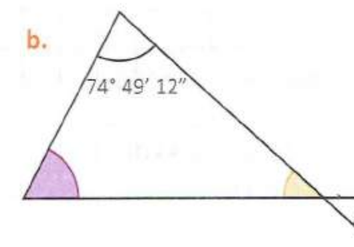
31. Indicá cuál o cuáles de estas ternas pueden ser las longitudes de los lados de un triángulo y por qué.

6 cm, 4 cm, 3 cm. 10 cm, 5 cm, 5 cm. 9 cm, 4,5 cm, 2 cm. 7 cm, 4 cm, 4 cm.

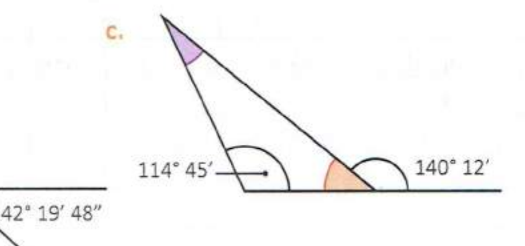
32. Calculá, en cada caso, sin usar el transportador, las amplitudes de los ángulos coloreados. Luego clasificá cada triángulo según sus ángulos.

a.

b.



c.



33. Hacé de profe Revisá si lo que Andrea completó con rojo es correcto. Si hay errores, corregilos.

a. Si un triángulo rectángulo es isósceles, entonces tiene ángulos agudos con una amplitud de 60° y 30°.

b. Los ángulos interiores de un triángulo equilátero miden 30°.

Tengo tarea

34. Indicá si es **posible** o **imposible** construir un triángulo en cada caso y por qué.

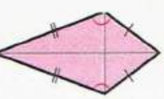
a. Con tres ángulos rectos.
b. Con un ángulo recto y dos obtusos.
c. Con tres ángulos de 55°.
d. Con ángulos de 110° 20′, 34° y 35° 40′.
e. Con lados de 9 cm, 4,5 cm y 3,5 cm.
f. Con lados de 8 cm, 5 cm y 3 cm.

Cuadriláteros

Clasificación de cuadriláteros convexos y propiedades de los ángulos

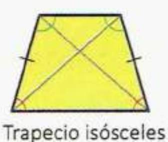
Los cuadriláteros convexos (cada ángulo interior es menor que 180°) se pueden clasificar así:

Trapezoides: ningún par de lados paralelos.



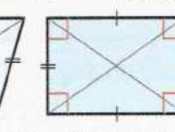
Trapezoide común · Romboide

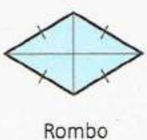
Trapecios: solo un par de lados paralelos.



Trapecio escaleno · Trapecio isósceles · Trapecio rectángulo

Paralelogramos: dos pares de lados paralelos.

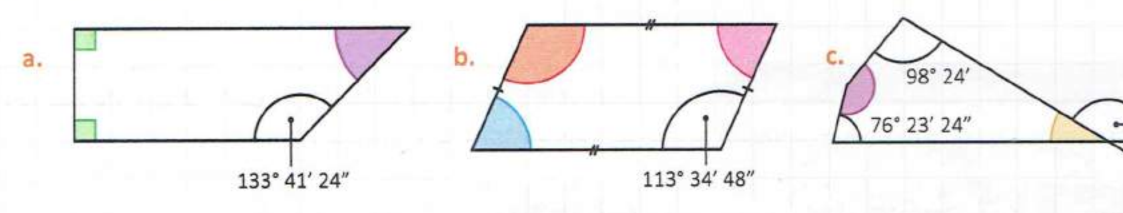




Paralelogramo común · Rectángulo · Rombo · Cuadrado

- En cualquier cuadrilátero convexo, la **suma de los ángulos interiores** es **360°**.
- Los **romboides** tienen un par de ángulos opuestos de igual amplitud.
- Los **trapecios isósceles** tienen los **ángulos agudos de igual amplitud** y los **obtusos también. Cada agudo es suplementario de cada obtuso.**
- En los **paralelogramos**, los **ángulos opuestos tienen igual amplitud** y los dos **ángulos que no son opuestos suman 180°**.

35. Calculá en cada caso, sin usar el transportador, las amplitudes de los ángulos coloreados.



36. **Estrategia: aplicar propiedades de los ángulos** ¿Quién o quiénes dicen la verdad? ¿Por qué?

Maru: "Dibujé un rombo con ángulos de 54 grados y 116 grados".

Maite: "El trapecio que construí tiene ángulos de 102° 25′ y 77° 35′, y es isósceles".

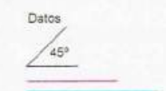
Facu: "Hice un romboide con un ángulo de 99° opuesto a otro de 83°. Los otros dos ángulos son rectos".

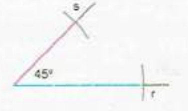
37. Construí en cada recuadro blanco con regla y compás.

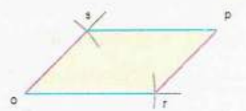
a. Un paralelogramo común con un lado de 4,5 cm y un ángulo de 50°.

Construcción de paralelogramos

Dados dos lados y un ángulo.

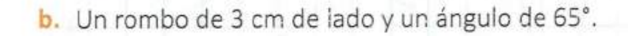






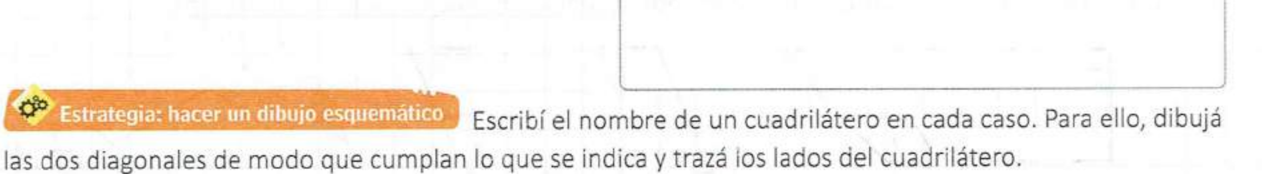
Se traza el ángulo y se marcan los lados dados. Luego se trazan las paralelas a cada lado y así se determina el vértice faltante, **p**.

Fijate bien



b. Un rombo de 3 cm de lado y un ángulo de 65°.

c. Un paralelogramo común con una base de 4,5 cm y 3 cm de altura.



38. **Estrategia: hacer un dibujo esquemático** Escribí el nombre de un cuadrilátero en cada caso. Para ello, dibujá las dos diagonales de modo que cumplan lo que se indica y trazá los lados del cuadrilátero.

DIAGONALES	CUADRILÁTERO
No son iguales y se cortan de manera perpendicular por su punto medio.	
Son perpendiculares que se cortan en el punto medio de una sola de ellas.	
Son perpendiculares y el punto donde se cortan no es punto medio de ninguna de ellas.	
Tienen igual longitud, no son perpendiculares y se cortan en su punto medio.	
Tienen igual longitud, no son perpendiculares y no se cortan en el punto medio de ninguna de las dos.	

Tengo tarea

39. Construí sobre papel liso.

a. Un romboide con lados de 2,5 cm y 4 cm y el ángulo comprendido de 115°. Podés pensarlo como dos triángulos isósceles que comparten un lado.

b. Un cuadrado de 4,5 cm de lado.

c. Un rombo de 4 cm de lado.

d. Un trapecio rectángulo cuyos lados paralelos midan 5,5 cm y 3,5 cm, y su altura, 2 cm.

Polígonos. Suma de ángulos interiores

Nombre de los polígonos

Se trabajará con polígonos convexos (cada uno de sus ángulos interiores es menor que un llano).

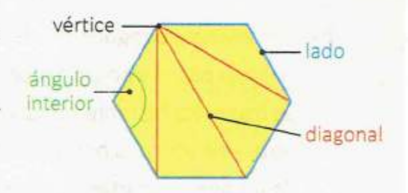
3 lados	4 lados	5 lados	6 lados	7 lados	8 lados	9 lados	10 lados	12 lados
triángulo	cuadrilátero	pentágono	hexágono	heptágono	octógono	eneágono	decágono	dodecágono

Suma de los ángulos interiores (SAI) de un polígono

Si se trazan desde un mismo vértice todas las diagonales de un polígono convexo de **n** lados, este queda dividido en **n – 2** triángulos.

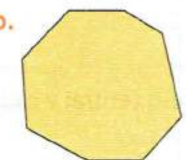
El hexágono queda dividido en 4 triángulos. Como la suma de los ángulos interiores de cada triángulo es 180°, la del hexágono resulta: $SAI = 180° \cdot 4 = 720°$.

Para un polígono de **n** lados: $\mathbf{SAI = 180° \cdot (n-2)}$.

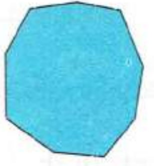


40. Calculá la suma de los ángulos interiores de estos polígonos. ¿Cuál es el nombre de cada uno?

a.

b. 

c.

d. 

41. ¿Cuántos lados tiene el polígono que se esconde en cada tarjeta?

La suma de los ángulos interiores de este polígono es 1.440°.

Al trazar todas las diagonales desde un vértice, queda dividido en 10 triángulos.

Los ángulos interiores de este polígono suman 1.620°.

42. Felipe contó que construyó un polígono y la suma de sus ángulos interiores es 630°. Su amigo dice que no puede ser. ¿A qué pensás que se refiere? ¿Tiene razón el amigo?

43. Estrategia: probar con ejemplos Indicá si es verdadero o falso.

a. Al duplicar el número de lados de un polígono, se duplica la SAI.

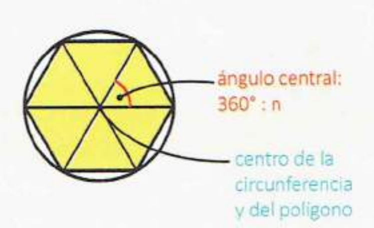
b. Al triplicar la SAI, no se triplica el número de triángulos en que queda dividido el polígono al trazar las diagonales desde un vértice.

Polígonos regulares

Características de los polígonos regulares

Tienen todos sus lados de la misma longitud y todos sus ángulos interiores de igual amplitud. Se los puede inscribir en una circunferencia, es decir, tienen sus vértices en ella.

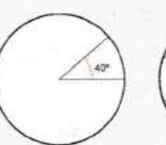
Cada **ángulo central** de un polígono de **n** lados mide **360° : n** .

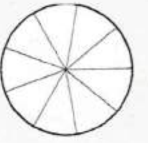
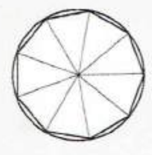


Construcción de polígonos regulares inscriptos en una circunferencia

Para un eneágono regular (n = 9), la amplitud de cada ángulo central es 360° : 9 = 40°.

- Se traza con el transportador un ángulo central de 40°.
- Se trazan los restantes ángulos centrales, uno consecutivo con el otro, y se unen los puntos (vértices del polígono) donde los lados de los ángulos cortan la circunferencia.



También se puede construir así:

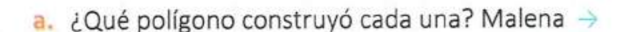
- Se traza un ángulo central, que marca dos vértices del polígono, y se traza el lado que determinan.
- Luego se mide ese lado con el compás y, con esa medida, a partir de uno de los dos vértices, se trazan 7 arquitos consecutivos sobre la circunferencia, y se dibujan los lados uniendo los puntos.

44. Construí los polígonos pedidos e indicá cuánto mide cada ángulo central y cada ángulo interior.

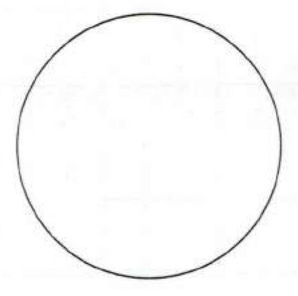
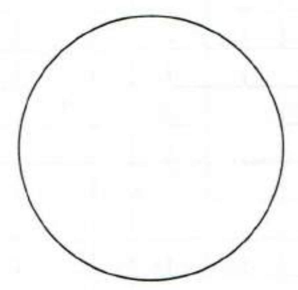
a. **HEXÁGONO REGULAR** b. **PENTÁGONO REGULAR** c. **OCTÓGONO REGULAR**

45. Malena construyó un polígono regular con un ángulo central de 36°; en cambio, en el que hizo Julia, un ángulo central mide 30°.

a. ¿Qué polígono construyó cada una? Malena → Julia →



b. Inscribí cada uno en las circunferencias.

46. Ana dice que construyó un polígono regular con un ángulo central de 80°. Maite dice que no puede ser. ¿Quién tiene razón? ¿Por qué?

47. Dibujá una circunferencia de 3 cm de radio, con centro en **o**, y otra con el mismo centro, de 8 cm de diámetro. Luego ubicá lo que se indica.

a. Con rojo, tres puntos a más de 3 cm de **o**, pero a menos de 4 cm.

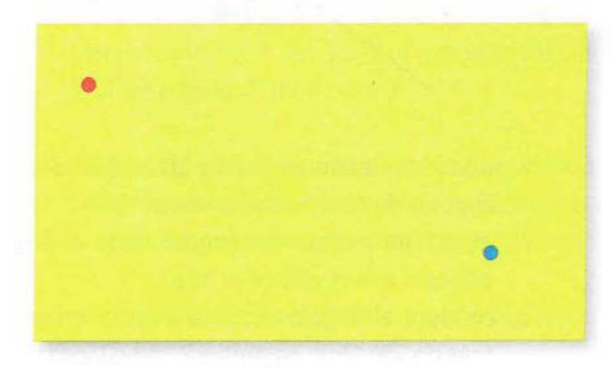
b. Con azul, dos puntos interiores a la circunferencia de 3 cm de radio y, con verde, 3 puntos exteriores a la otra circunferencia.

c. Con violeta, cinco puntos a 4 cm del centro.

48. Estrategia: buscar reglas generales Trazá dos ángulos adyacentes $\widehat{\beta}$ y $\widehat{\varepsilon}$. Luego dibujá la bisectriz de cada uno. ¿Cuánto mide el ángulo que determinan ambas bisectrices? Compará con tus compañeros y escribí una conclusión.

49. Dibujá la mediatriz de un segmento que mida más de 7 cm pero menos de 7,5 cm.

50. La profe propuso este desafío en el pizarrón: *Hay que ubicar un punto negro a igual distancia de estos puntos marcados.*
Enzo dice que hay una sola opción; en cambio, Lola opina que hay más de una posibilidad. ¿Quién tiene razón? Marcá la o las posibilidades, y explicá qué instrumentos de geometría usaste.



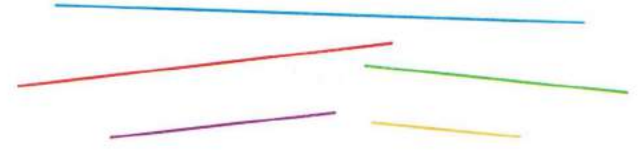
51. Dibujá estos triángulos con regla y compás. Luego clasificalos según sus lados y sus ángulos.

a. Con lados de 4 cm, 5 cm y 6 cm.

b. Con lados de 3 cm, 5 cm y el ángulo comprendido de 50°.

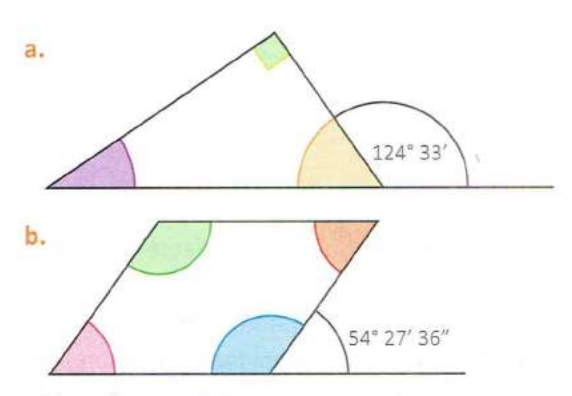
c. Con un lado de 5,5 cm y sus ángulos adyacentes de 70°.

52. Elegí 3 segmentos con los que podrías armar un triángulo y explicá cómo hiciste para saber que con ellos la construcción será posible.

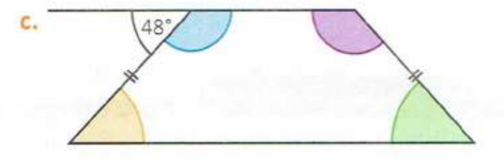


53. Calculá las amplitudes de los ángulos coloreados y explicá cada paso de tu razonamiento.

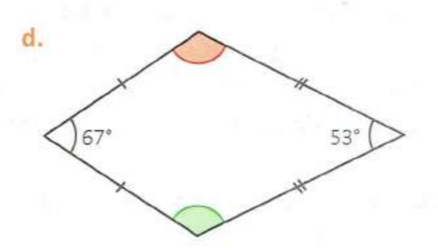
a.



c.



d.



54. Los ángulos interiores de un polígono regular suman 3.240°.

a. ¿Cuántos lados tiene el polígono?

b. ¿Cuál es la amplitud de cada uno de sus ángulos interiores?

c. ¿Cuánto mide cada ángulo central?

55. Uno de los ángulos centrales de un polígono regular mide 24°.

a. ¿Cuántos lados tiene el polígono?

b. ¿Cuál es la suma de los ángulos interiores?

c. ¿Cuál es la amplitud de cada ángulo interior?

56. Completá las tablas.

$\hat{\alpha}$	Complemento de $\hat{\alpha}$
33° 42′ 9″	
	65° 53′
	49° 14″

$\hat{\delta}$	Suplemento de $\hat{\delta}$
	78° 23′
107° 11′	
	132° 33″

57. Respondé.

a. Pablo dice que el complemento del ángulo recto y el suplemento del ángulo llano tienen igual amplitud. ¿Tiene razón? ¿Por qué?

b. ¿Cómo son las amplitudes del complemento de un ángulo nulo (0°) y el suplemento de uno recto?

58. Estrategia: ensayo y error La profe preguntó si la amplitud del complemento de un ángulo agudo es mayor, menor o igual que la del suplemento de un ángulo agudo. ¿Podés responder aunque no conozcas cuánto mide el ángulo o te faltan datos? Explicá cómo lo pensás.

59. Indicá si cada afirmación es verdadera o falsa. En caso de ser falsa, explicá o mostrá por qué.

a. El complemento de un ángulo agudo siempre es un ángulo obtuso.

b. El suplemento de un ángulo obtuso nunca es un ángulo recto.

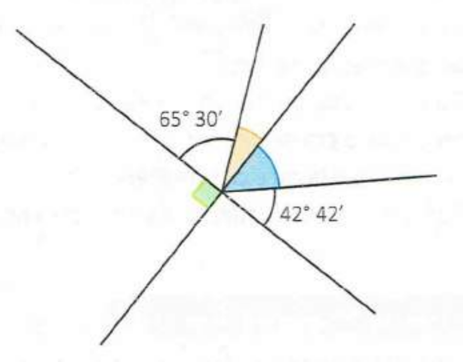
c. Si dos ángulos son suplementarios, entonces son adyacentes.

d. Si dos ángulos son consecutivos, entonces son adyacentes.

e. Dos ángulos opuestos por el vértice pueden tener diferente amplitud.

f. Si dos ángulos son adyacentes, entonces es seguro que uno es agudo y el otro es obtuso.

60. Calculá la amplitud de los ángulos coloreados. Mostrá los cálculos que hacés.



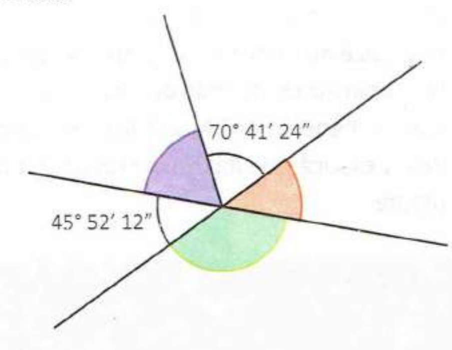
61. Mirá el dibujo de la actividad anterior y calculá el complemento del ángulo que forman juntos el celeste y el anaranjado.

62. Observá el dibujo.

a. Hallá las amplitudes de los ángulos coloreados.

b. Nombrá dos pares de ángulos adyacentes.

c. Nombrá un par de ángulos opuestos por el vértice.



63. Respondé teniendo en cuenta las amplitudes de los ángulos de la actividad anterior.

a. ¿En cuánto supera el ángulo recto al ángulo opuesto por el vértice al rojo?

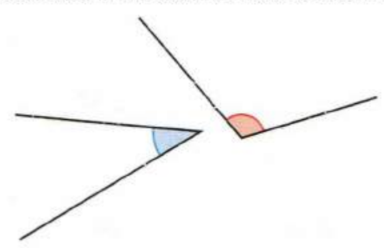
b. ¿Supera el ángulo verde al ángulo violeta en más de 25° 16′ o en menos? ¿En cuánto más o en cuánto menos?

64. Calculá.

a. ¿Cuántos minutos hay en 73° 38′? ¿Y en 116° 19′?

b. ¿Cuántos segundos hay en 64° 32″? ¿Y en 121° 27′ 51″?

65. Trazá la bisectriz de cada uno de estos ángulos.



66. Trazá un segmento que mida más de 7,5 cm y menos de 8 cm. Luego, dividilo en 4 partes de igual longitud, pero sin usar la regla para medir.

67. **Estrategia: hacer un dibujo esquemático** En el triángulo **abc**, el ángulo $\hat{a}$ mide 44° 27′ 8″ y el adyacente a $\hat{b}$, 107° 45′. ¿Cuánto mide $\hat{c}$? Clasificá el triángulo por sus lados y por sus ángulos.

68. **Estrategia: hacer un dibujo esquemático** En el triángulo **mnp**, el ángulo opuesto por el vértice a $\hat{n}$ mide 64° 29′ 36″ y el adyacente al ángulo $\hat{p}$, 159° 29′ 36″. ¿Cuál es la amplitud de $\hat{m}$? Clasificá el triángulo por sus lados y por sus ángulos.

69. **Estrategia: hacer un dibujo esquemático** En un triángulo isósceles, el complemento del ángulo diferente mide 47° 15′. Sol dice que el triángulo es obtusángulo. ¿Tiene razón?

70. Joaco contó que cada uno de los ángulos del triángulo que dibujó mide menos de 60°. Lucas dice que no puede ser. ¿Por qué no puede ser?

71. Indicá, en cada caso, si se forma un triángulo o no. Luego clasificá los posibles.

$\overline{ab}$	$\overline{bc}$	$\overline{ca}$	Sí/No	Según sus lados
4 cm	9 cm	5 cm		
10 cm	6 cm	6 cm		
7 cm	7 cm	7 cm		

72. Dibujá estos triángulos con regla y compás.

a. Con tres lados de 4,5 cm.

b. Con lados de 5,5 cm, 6 cm y el ángulo comprendido de 105°.

c. Con un lado de 7 cm y sus ángulos adyacentes de 85° y 50°.

73. **Estrategia: hacer un dibujo esquemático** El adyacente del ángulo $\hat{a}$ del paralelogramo **abcd** mide 64° 29′ 36″. ¿Cuál es la amplitud de cada uno de los ángulos interiores? Mostrá los pasos que seguís para averiguarlo.

74. Uno de los ángulos interiores de un trapecio isósceles mide 55° 15′. Calculá la amplitud de los tres ángulos restantes.

75. Tres de los ángulos interiores del cuadrilátero que dibujó Agustín miden 83° 32′, 58° 46′ y 50° 38′. ¿Es cierto que la amplitud del otro ángulo es el doble que la del primero?

76. Construí con regla y compás.

a. Un paralelogramo común de 6,5 cm de base y 4 cm de altura.

b. Un rombo de 5 cm de lado que tenga un ángulo de 75°.

77. **Hacé de profe** Revisá si lo que Iván completó con rojo es correcto. Si hay errores, corregilos.

a. La suma de los ángulos interiores de un polígono de 16 lados es 2.880°.

b. La suma de los ángulos interiores de un polígono de 15 lados es 2.340°.

c. Al trazar las diagonales desde un vértice de un polígono de 11 lados, este queda dividido en 13 triángulos.

d. Cada ángulo interior de un octógono regular mide 45°.

78. Trazá una circunferencia y construí un polígono regular cuyo ángulo central mida 40°. Hacelo bastante grande. Luego, escribí qué nombre lleva el polígono y calculá la amplitud de cada ángulo interior.

Saquen una hoja

Marcá la opción correcta.

1. Teniendo en cuenta que:

$\hat{\alpha} = 76° 18''$ $\hat{\beta} = 104° 27' 36''$ $\hat{\gamma} = 44° 52'$

I. ¿Cuánto mide el complemento de $\hat{\alpha}$?

- ☐ 13° 42′
- ☐ 13° 59′ 42″
- ☐ 103° 42′
- ☐ 103° 59′ 42″

II. ¿Cuánto mide el suplemento de $\hat{\gamma}$?

- ☐ 45° 8′
- ☐ 45° 59′ 8″
- ☐ 135° 8′
- ☐ 135° 59′ 8″

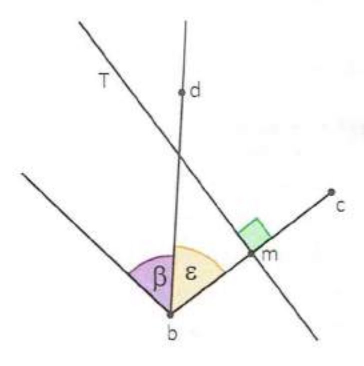
III. ¿Cuánto mide la tercera parte de $\hat{\beta}$?

- ☐ 34° 57′ 20″
- ☐ 35° 3′ 12″
- ☐ 34° 49′ 12″
- ☐ 313° 22′ 48″

IV. ¿Cuánto mide el doble de $\hat{\alpha}$?

- ☐ 38° 9″
- ☐ 38° 9′
- ☐ 152° 36″
- ☐ 152° 36′

2. En el dibujo, $\hat{\beta} = \hat{\varepsilon}$ y $\overline{bm} = \overline{mc}$.



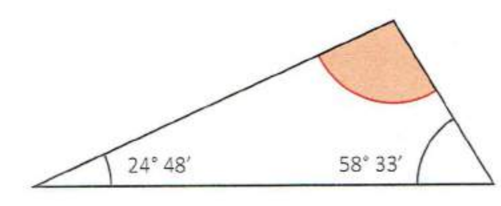
I. ¿Qué opción corresponde a $\overline{bd}$?

- ☐ Bisectriz de $\hat{b}$.
- ☐ Bisectriz de $\hat{m}$.
- ☐ Mediatriz de $\overline{bc}$.
- ☐ Ninguna de las anteriores.

II. ¿Qué opción corresponde a la recta T?

- ☐ Mediatriz de $\overline{bc}$.
- ☐ Mediatriz de $\overline{bd}$.
- ☐ Bisectriz de $\hat{b}$.
- ☐ Bisectriz de $\hat{m}$.

3. Observá este triángulo.



I. ¿Cuánto mide el ángulo rojo?

- ☐ 6° 39′
- ☐ 83° 21′
- ☐ 96° 39′
- ☐ 121° 27′

II. ¿Qué clase de triángulo es según sus ángulos?

- ☐ Acutángulo.
- ☐ Rectángulo.
- ☐ Escaleno.
- ☐ Obtusángulo.

III. ¿Qué clase de triángulo es según sus lados?

- ☐ Equilátero.
- ☐ Isósceles.
- ☐ Escaleno.
- ☐ Rectángulo.

4. Uno de los ángulos interiores de un rombo mide 56° 30′. ¿Cuánto mide cada uno de los ángulos interiores no opuestos a él?

- ☐ 56° 30′
- ☐ 123° 30′
- ☐ 247°
- ☐ 303° 30′

5. ¿Cuál es la suma de los ángulos interiores de un polígono de 15 lados?

- ☐ 24°
- ☐ 2.340°
- ☐ 2.700°
- ☐ 4.680°

6. Considerá un dodecágono regular.

I. ¿Cuánto mide el ángulo central?

- ☐ 30°
- ☐ 36°
- ☐ 1.800°
- ☐ 2.160°

II. ¿Cuánto mide cada ángulo interior?

- ☐ 30°
- ☐ 150°
- ☐ 1.800°
- ☐ 2.160°

Controlá tus respuestas en la página 157.

Esto ya lo sabía...

1. Valentín cortó la tarta de espinacas por la mitad. Luego cortó cada mitad por la mitad. ¿Qué fracción de la tarta representa cada porción obtenida?

2. Pato no leyó 64 de las 128 páginas que tiene un libro.

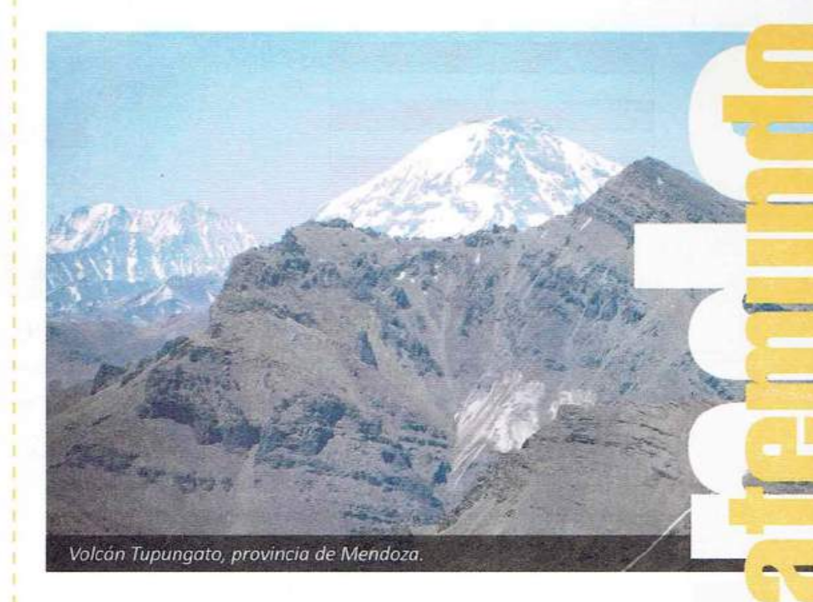
   a. ¿Qué fracción de las páginas que tiene el libro representa lo que leyó?

   b. Su hermana Sol, en cambio, solo leyó 32 páginas de ese mismo libro. ¿Qué fracción del total leyó?

3. Galo comió 6 bombones de fruta en el segundo recreo; eran la quinta parte de los que trae el paquete.

   a. ¿Cuántos bombones trae el paquete? Mostrá cómo lo pensás.

   b. ¿Qué fracción de los bombones que vienen en el paquete no comió Galo todavía?



Volcán Tupungato, provincia de Mendoza.

En un sitio de internet, Ale encontró esta información: "En el oeste de nuestro país hay montañas muy altas. ¿Sabías que se pueden encontrar 88 picos con alturas superiores a los 5.000 metros? De ellos, 21 están en la provincia de Catamarca, 12 en Mendoza y 8 en La Rioja. Otra curiosidad: en la República Argentina se encuentran 9 de los 10 volcanes más altos del planeta, y comparte 6 de ellos con Chile".

Respondé de acuerdo con esa información.

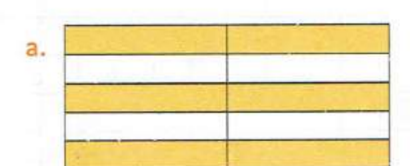
- ¿Qué fracción de los picos con alturas superiores a 5.000 m se encuentra en la provincia de Mendoza? ¿Y en La Rioja?
- ¿Qué fracción de esos picos no se encuentra en la provincia de Catamarca?
- Rodeá la fracción de volcanes más altos del planeta que no se encuentra en Argentina.

$\frac{1}{10}$ $\frac{6}{10}$ $\frac{9}{10}$

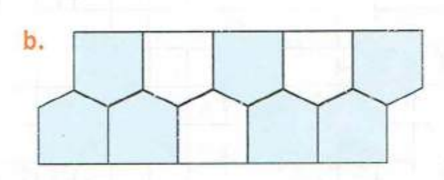
Las fracciones

4. ¿Qué fracción de la unidad está coloreada?

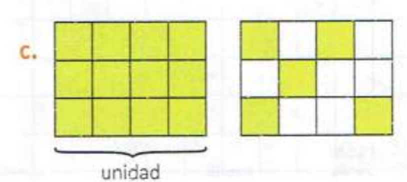
a.



b.



c.



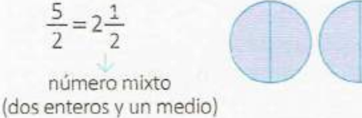
El uso de las fracciones

En la figura se pintaron con rojo $\frac{5}{6}$. (5 → numerador; 6 → denominador, nunca es 0)

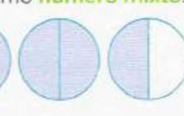
Si se reparten en forma equitativa 5 chocolates entre 2, la fracción de chocolate que recibe cada uno es $\frac{5}{2}$.

Una fracción indica el cociente entre el numerador y el denominador.

Hay fracciones que pueden escribirse como **número mixto**.

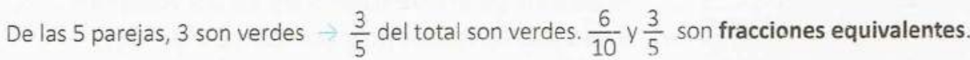


$\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$



5. Dibujá el entero. Tené en cuenta que esta varilla representa tres séptimos del total.

Fracciones equivalentes

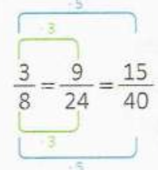


Representan la misma parte del entero.

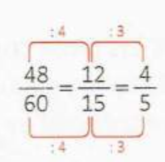
De las 10 lunas, 6 son verdes → $\frac{6}{10}$ del total son verdes.

De las 5 parejas, 3 son verdes → $\frac{3}{5}$ del total son verdes. $\frac{6}{10}$ y $\frac{3}{5}$ son **fracciones equivalentes**.

Las fracciones equivalentes se obtienen multiplicando sus componentes por un mismo número natural que no sea 0 (**amplificar**) o dividiendo ambos por un divisor común mayor que 1 (**simplificar**).



$\frac{3}{8} = \frac{9}{24} = \frac{15}{40}$ (·3, ·5)



$\frac{48}{60} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$ (:4, :3) ← fracción irreducible (no se puede simplificar más)

6. Hacé de profe Revisá si lo que Majo completó con rojo es correcto. Si hay errores, corregilos.

a. $\frac{7}{3}$ como número mixto es $7\frac{1}{3}$ y una fracción equivalente a $\frac{7}{3}$ es $\frac{63}{21}$.

b. La fracción irreducible de $\frac{81}{108}$ es $\frac{9}{12}$.

Fijate bien

Para ingresar $\frac{5}{4}$ en la calculadora, pulsás 5 a b/c 4 = y el visor te muestra 5 ⌋ 4. Pulsando SHIFT a b/c verás su expresión como **número mixto**: 1 ⌋ 1 ⌋ 4 (un entero y un cuarto).

Fracciones y expresiones decimales

Fracciones decimales

Las fracciones decimales son aquellas cuyo denominador se puede escribir como una potencia de 10 (10, 100, 1.000, etcétera).

Expresión decimal de una fracción

Para obtener la expresión decimal de una fracción, se divide el numerador por el denominador.
Se recuerda que cuando se hace la división entera entre dos números naturales y el resto no es 0, se puede continuar dividiendo para hallar el cociente decimal: se coloca una coma en el cociente y se dividen los décimos, los centésimos, ...

- En una fracción decimal, al dividir el numerador por el denominador, siempre se obtiene resto 0 y el cociente es una **expresión decimal exacta o número decimal**.

$\frac{21}{5} \rightarrow 21 \,|\, 5$; 10 ; 4,2 ; 0

$\frac{21}{5} = 4{,}2 = 4 + 0{,}2 = 4 + \frac{2}{10} = \frac{42}{10}$

parte entera — parte decimal

- En una fracción no decimal, el resto de la división entre el numerador y el denominador nunca es 0, y el cociente es una **expresión decimal periódica**.
Las cifras decimales que se repiten indefinidamente forman el **período**, que se señala con un arquito.

$\frac{25}{9} \rightarrow 25 \,|\, 9$; 70 ; 2,77 ; 70 ; 7...

$\frac{25}{9} = 2{,}777... = 2{,}\overset{\frown}{7}$

período

Es muy fácil escribir una fracción decimal como número decimal si se busca el denominador 10, 100, 1.000, ... correspondiente:

$\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = 0{,}8$ (8 décimos). $\frac{7}{20} = \frac{35}{100} = 0{,}35$ (35 centésimos). $\frac{49}{40} = \frac{1.225}{1.000} = 1{,}225$ (1 entero, 225 milésimos).

7. Escribí la expresión decimal de cada fracción e indicá con una **E** las exactas y con una **P** las periódicas.

a. $\frac{30}{4} =$ c. $\frac{42}{18} =$ e. $\frac{11}{30} =$ g. $\frac{32}{500} =$

b. $\frac{5}{9} =$ d. $\frac{52}{50} =$ f. $\frac{27}{200} =$ h. $\frac{88}{25} =$

8. Escribí como número decimal y como fracción decimal cada una de las expresiones.

a. $8 + \frac{3}{10} + \frac{6}{100} =$

b. $5 + \frac{7}{100} + \frac{1}{1.000} =$

c. $14 + \frac{8}{100} =$

d. 37 milésimos

Fijate bien

$3{,}84 = 3 + 0{,}8 + 0{,}04$

$3{,}84 = 3 + \frac{8}{10} + \frac{4}{100}$

9. Mariano dice que la expresión decimal de la fracción "16 sobre 500" es periódica porque no tiene denominador 10, 100, 1.000, etcétera. ¿Estás de acuerdo? ¿Se puede hallar una equivalente con alguno de esos denominadores?

10. Rodeá la fracción correcta. Luego, escribí en la casilla su expresión decimal.

Fijate bien

$1 \text{ cm} = \frac{1}{100} \text{ m}$

$1 \text{ dm} = \frac{1}{10} \text{ m}$

$1 \text{ m} = \frac{1}{1.000} \text{ km}$

a. Fracción de metro que representan 23 cm.

$\frac{23}{10}$ $\frac{23}{100}$ $\frac{23}{1.000}$

b. Fracción de kilómetro que representan 137 m.

$\frac{137}{10}$ $\frac{137}{100}$ $\frac{137}{1.000}$

c. Fracción de metro que representan 11 dm.

$\frac{11}{10}$ $\frac{11}{100}$ $\frac{11}{1.000}$

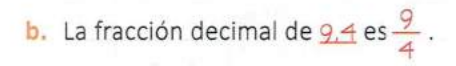
11. Escribí la fracción de kilogramo que representa cada cantidad y el número decimal correspondiente.

250 g = $\frac{\square}{\square}$ kg = ... kg   1.350 g = $\frac{\square}{\square}$ kg = ... kg

12. **Hacé de profe** Revisá si lo que Matu completó con rojo es correcto. Si hay errores, corregilos.

a. La expresión decimal de $\frac{26}{9}$ es 2,8.

b. La fracción decimal de 9,4 es $\frac{9}{4}$.



c. $82 + \frac{2}{10} + \frac{4}{1.000}$ es equivalente a 82,204.

Tengo tarea

13. Uní con flechas las expresiones equivalentes.

$\frac{3}{5}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{8}{20}$ $\frac{4}{30}$ $\frac{63}{35}$ $\frac{110}{50}$

0,4 1,8 $0,1\widehat{3}$ 0,6 2,2 $1,\widehat{6}$

14. Hallá la fracción irreducible de $\frac{63}{35}$ y de $\frac{110}{50}$. Luego, expresá cada una como número mixto.

Comparación y representación en la recta

15. Completá con <, > o =, según corresponda.

a. $\frac{7}{8}$ .... $\frac{9}{10}$ **c.** $\frac{13}{5}$ .... $\frac{78}{30}$

b. 6,4 .... $\frac{58}{9}$ **d.** $\frac{11}{4}$ 2,6

¿Cuál es mayor?

Una manera de comparar fracciones consiste en buscar fracciones equivalentes de igual denominador y comparar los numeradores.

$\frac{8}{3} > \frac{9}{4}$ porque $\frac{8}{3} = \frac{32}{12}$; $\frac{9}{4} = \frac{27}{12}$ y 32 > 27.

Otra manera es comparar sus expresiones decimales cifra por cifra, de izquierda a derecha. Se puede agregar ceros a la derecha de la parte decimal.

$\frac{7}{4} = 1{,}75$ y $\frac{9}{5} = 1{,}8 \rightarrow \frac{9}{5} > \frac{7}{4}$ porque 1,80 > 1,75.

$\frac{8}{5} = 1{,}6$ y $\frac{15}{9} = 1{,}\hat{6} \rightarrow \frac{8}{5} < \frac{15}{9}$ porque 1,60 < 1,66...

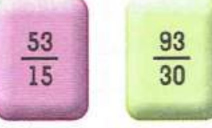
16. Ordená de menor a mayor.

a. $\frac{13}{4}$; $\frac{25}{12}$; $\frac{13}{6}$; $\frac{37}{36}$.

b. 8,3; 8,24; $8{,}\hat{6}$; 8,92; 8,09; $8{,}\widehat{62}$; 8,102.

17. Matías y sus amigos están jugando en la compu. Cada nivel del juego tiene un color y un código fraccionario. Seguí las pistas y descubrí en qué nivel se encuentra cada uno de los cinco chicos.

- Bauti está en el nivel que tiene el código mayor, y Facu, en el que tiene el menor.
- Agus se encuentra en el que tiene el código mayor que 3,45 pero menor que el del nivel violeta.
- El código del nivel de Santi supera a $\frac{9}{2}$, pero no llega a $\frac{61}{10}$.

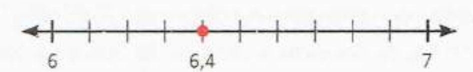


Representación en la recta numérica

Para representar una fracción, se divide la unidad en tantas partes iguales como indica el denominador y se cuentan desde 0 tantas partes como indica el numerador.

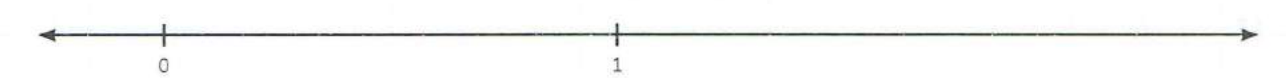
La unidad se divide en 5 partes iguales porque hay que ubicar $\frac{6}{5}$.

Para representar un número decimal, se puede dividir la unidad en 10 partes iguales (décimos); si cada parte vuelve a dividirse en 10 partes iguales, la unidad queda dividida en centésimos, etcétera.



18. Ubicá en la recta numérica.

a. $\frac{3}{4}$; $\frac{19}{12}$; $\frac{7}{3}$; $1\frac{5}{6}$.



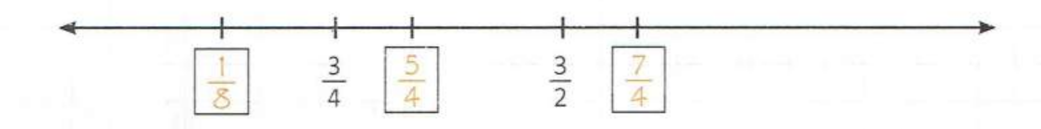
b. 8,20; 9,10; 7,8; 8,25 y 7,75.

c. Ordená de menor a mayor las fracciones del ítem **a** y, de mayor a menor las expresiones del **b**.

Fijate bien

Al recorrer la recta numérica de izquierda a derecha, los números están ordenados de menor a mayor.

19. Hacé de profe. Había que escribir una fracción en cada casilla. Revisá si Ariel lo hizo bien.



20. Indicá qué número le corresponde a cada punto de color. Luego, escribí un número que sea mayor al que representa el verde y otro menor al número del rojo.

Aproximaciones

Redondear o truncar

Para **redondear** una expresión decimal, se mira la primera cifra decimal a eliminar. Si es mayor o igual que 5, se suma 1 al dígito que está a su izquierda. Si es menor que 5, el dígito que está a su izquierda queda igual, no se modifica.

Redondeo	A las unidades	A los décimos	A los centésimos	A los milésimos
23,8175	24	23,8	23,82	23,818

Para **truncar** una expresión decimal se descartan todas las cifras a partir de una cierta ubicación, o sea, se "corta" el número en la cifra que se desea.

Truncamiento	A las unidades	A los décimos	A los centésimos	A los milésimos
23,8175	23	23,8	23,81	23,817

21. Completá la tabla.

	Aproximaciones por redondeo a...			Aproximaciones por truncamiento a...		
	...las unidades	...los décimos	...los centésimos	...las unidades	...los décimos	...los centésimos
11,3528						
54,271						
$32,\overset{\frown}{7}$						
$\frac{88}{6}$						

22. Emanuel está buscando precios para imprimir el logo para el intercolegial de básquet. En la fotocopiadora del parque cuesta $54,95; en cambio, en la de la esquina, $55,45.

a. ¿En cuál le conviene encargar la impresión, para pagar menos, si en ambos lugares redondean el precio a las unidades? ¿Por qué?

b. ¿Y si en los dos locales redondearan a los décimos?

23. Estrategia: buscar ejemplos En cada caso, una mancha de tinta tapó la cifra de los centésimos. Usá las pistas y encontrá cuál o cuáles pueden ser esos dígitos.

72,4■

Al redondear este número a los décimos se obtiene 72.5.

84,3■

Al truncar este número a los décimos se obtiene 84.3.

A ver cómo voy

24. Escribí el número correspondiente en cada caso.

a. Fracción irreducible de $\frac{124}{36}$.

b. Expresión decimal de la fracción $\frac{254}{45}$.

c. Expresión decimal del número $12\frac{4}{25}$.

d. Número decimal equivalente a $\frac{168}{50}$.

25. El agua de mar, además de la sal común, contiene pequeñas cantidades de otros compuestos químicos que se muestran en la tabla.

a. ¿Cuál es el compuesto disuelto que se encuentra en menor cantidad? ¿Y en mayor cantidad?

b. Santi afirma que el ácido bórico disuelto es equivalente a la fracción "13 sobre 500", que a su vez corresponde al número decimal 0,026. ¿Es correcto?

COMPUESTOS QUÍMICOS	
COMPUESTO DISUELTO	GRAMOS POR LITRO DE AGUA
Bicarbonato de sodio	$\frac{1}{5}$
Fluoruro de sodio	$\frac{6}{2.000}$
Cloruro de potasio	$\frac{7}{10}$
Bromuro de sodio	$\frac{12}{125}$
Ácido bórico	$\frac{65}{2.500}$

26. Dibujá una recta numérica, elegí la unidad adecuada y representá estos números: 3,75; $\frac{43}{10}$; $\frac{19}{5}$; 4,25 y $\frac{53}{10}$.

27. Ordená de menor a mayor los números del cartel.

8,2 $8,2\overset{\frown}{3}$ **8,09** $8,0\overset{\frown}{6}$ **8,105**

28. Escribí una fracción con denominador 12 que esté entre los dos números. Ayudate con las fracciones equivalentes.

a. $\frac{3}{4}$ y $\frac{11}{12}$.

b. $\frac{19}{6}$ y $\frac{9}{2}$.

c. 1 y $\frac{23}{12}$.

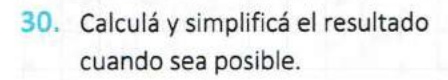
d. $\frac{10}{3}$ y $\frac{15}{4}$.

29. Obtené la expresión decimal de cada fracción y luego truncá o redondeá, según corresponda.

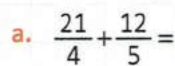
		Redondeada			
	Expresión decimal	A las unidades	A los décimos	A los centésimos	A los milésimos
$\frac{14}{6}$					

		Truncada			
	Expresión decimal	A las unidades	A los décimos	A los centésimos	A los milésimos
$\frac{34}{9}$					

Sumas y restas con fracciones y números decimales



30. Calculá y simplificá el resultado cuando sea posible.



a. $\frac{21}{4}+\frac{12}{5}=$

b. $2\frac{3}{7}-\frac{3}{2}=$

c. $\frac{14}{3}+\frac{9}{5}-2=$

d. $3\frac{1}{9}+\frac{5}{18}-\frac{7}{3}=$

Suma y resta de fracciones

- Si tienen **igual denominador**, se suman o restan los numeradores y se mantiene el denominador.

$$\frac{8}{5}+\frac{13}{5}=\frac{8+13}{5}=\frac{21}{5} \qquad \frac{19}{3}-\frac{11}{3}=\frac{19-11}{3}=\frac{8}{3}$$

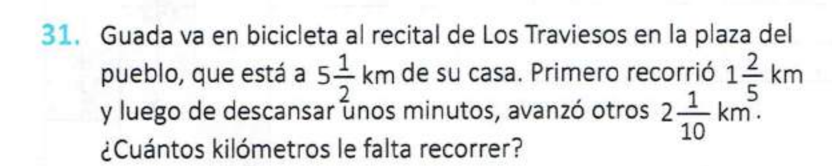
- Si tienen **distinto denominador**, se puede buscar fracciones equivalentes con un **denominador común**; por ejemplo, el m.c.m. de sus denominadores.

$$\frac{9}{8}+\frac{5}{3}=\frac{27}{24}+\frac{40}{24}=\frac{27+40}{24}=\frac{67}{24}$$

$$\frac{7}{3}-\frac{3}{4}=\frac{28}{12}-\frac{9}{12}=\frac{28-9}{12}=\frac{19}{12}$$

Al calcular $1-\frac{3}{8}$ se puede pensar 1 como $\frac{8}{8} \rightarrow 1-\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$.

Al calcular $2+\frac{2}{3}$ se puede pensar 2 como $\frac{6}{3} \rightarrow \frac{6}{3}+\frac{2}{3}=\frac{8}{3}$.



31. Guada va en bicicleta al recital de Los Traviesos en la plaza del pueblo, que está a $5\frac{1}{2}$ km de su casa. Primero recorrió $1\frac{2}{5}$ km y luego de descansar unos minutos, avanzó otros $2\frac{1}{10}$ km. ¿Cuántos kilómetros le falta recorrer?

32. Mariela entrena para la maratón de la primavera. El lunes corrió 3,45 km y el martes, 1,5 km menos que el día anterior. Al día siguiente corrió 2,16 km más que el lunes. Durante los tres días, ¿corrió más de 12,25 km o menos? ¿Cuánto más o cuánto menos?

Suma y resta de números decimales

Se recuerda que cuando se suman o restan números decimales, hay que cuidar que las comas queden una debajo de la otra. Además, si es necesario, se puede agregar ceros.

21,14 + 4,6 + 7   34,6 – 23,19

```
  21,14        34,60
+  4,6       - 23,19
   7         -------
-------        11,41
  32,74
```

33. El pingüino de Humboldt mide aproximadamente 0,72 m de altura, mientras que la estatura de un pingüino emperador es de 1,2 m.

Pingüinos emperador.

a. Tomás dice que el pingüino emperador mide 0,52 m más que el otro. ¿Tiene razón? ¿Por qué?

b. La altura de Tomás es 0,84 m mayor que la del pingüino de Humboldt. ¿Mide más de un metro y medio o menos? ¿Cuánto más o cuánto menos?

34. Maca y Matías registraron en la tabla las actividades que realizan, sin incluir el deporte, y qué parte de las horas del día destinan a ellas. En el tiempo libre que les queda, hacen deporte. ¿Quién de los dos dedica más tiempo a las actividades deportivas?

	Estudiar y trabajar	Otras actividades	Dormir
Maca	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{7}{24}$
Matías	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{24}$	$\frac{1}{3}$

35. Completá los números que faltan en el cuadrado mágico. ¿Sabés por qué es mágico? Porque la suma en cada fila o en cada columna, o en cada diagonal, es 1.
Pista: para hacer los cálculos, escribí todos los números como fracción.

	0,2	
	$\frac{1}{3}$	0,6
0,4		

36. Descubrí cuál es el número que se esconde en cada tarjeta.

Le faltan 4,25 para llegar a 308,70.

Supera a $\frac{55}{4}$ en 3,21.

El resultado de la suma entre $\frac{55}{4}$ y 22,8.

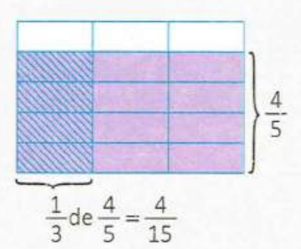
11,32 más que el número de la tarjeta anaranjada.

Multiplicación con fracciones y decimales

Multiplicación con fracciones

- Para hallar $\frac{1}{6} \cdot 96$ (o sea, $\frac{1}{6}$ de 96) se divide 96 por 6. → $\frac{1}{6} \cdot 96 = \frac{96}{6} = 16$
- Para hallar $\frac{5}{6} \cdot 96$ ($\frac{5}{6}$ de 96) se multiplica 96 por 5 y se divide por 6. → $\frac{5}{6} \cdot 96 = \frac{5 \cdot 96}{6} = 80$
- Para calcular $\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5}$ ($\frac{1}{3}$ de $\frac{4}{5}$), se puede pintar $\frac{4}{5}$ del entero y rayar su tercera parte; se observa que la parte rayada representa $\frac{4}{15}$ del entero.
  Este producto se puede obtener directamente, así:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{4}{15}$$



$\frac{1}{3}$ de $\frac{4}{5} = \frac{4}{15}$

El **producto de dos fracciones** es igual al **producto de los numeradores entre sí y los denominadores entre sí**. Si un numerador tiene algún divisor común con un denominador, conviene simplificar antes de multiplicar, para trabajar con números más pequeños.

$$\frac{4}{9} \cdot \frac{21}{8} = \frac{\overset{1}{\cancel{4}} \cdot \overset{7}{\cancel{21}}}{\underset{3}{\cancel{9}} \cdot \underset{2}{\cancel{8}}} = \frac{7}{6}$$

37. Calculá.

a. $\frac{42}{15} \cdot \frac{24}{7} =$

b. $\frac{11}{45} \cdot \frac{75}{44} =$

c. $\frac{54}{12} \cdot \frac{28}{3} =$

d. $\frac{2}{14} \cdot \frac{35}{8} =$

e. $\frac{50}{9} \cdot \frac{36}{48} =$

f. $\frac{6}{25} \cdot \frac{55}{18} =$

38. Las tres quintas partes de los libros que tiene Santi son de aventura y la sexta parte de ellos se los regaló su abuelo. En cambio, las tres cuartas partes de los libros de su primo Bauti son de aventura y la tercera parte de los restantes, de acción.

a. ¿Qué fracción de los libros de Santi le regaló su abuelo?

b. Si Bauti tiene 48 libros, ¿cuántos de ellos son de acción? Podés ayudarte dibujando un esquema.

39. Sofi dice que el triple de $\frac{5}{8}$ es $\frac{15}{24}$ porque 5 por 3 es 15, y 8 por 3 es 24. ¿Tiene razón?

40. Estrategia: buscar ejemplos Leé lo que dicen las chicas. ¿Qué opinás? ¿Será cierto que multiplicar siempre es "agrandar"?

Multiplicación con números decimales

- Para multiplicar un número decimal por 10, 100 o 1.000, basta con correr la coma hacia la derecha uno, dos o tres lugares, respectivamente. Si es necesario, se agregan ceros.

$84{,}23 \cdot 10 = 842{,}3$ $6{,}184 \cdot 100 = 618{,}4$

$0{,}129 \cdot 1.000 = 129$

- Para multiplicar dos números decimales, como muestra la cuenta, se opera como si fueran naturales y después se coloca la coma en el resultado considerando todas las cifras decimales de los factores.

```
   8,16  → 2 cifras decimales
 × 4,2   → 1 cifra decimal
 ------
   1632
 +
  3264
 ------
 34,272  → 3 cifras decimales
```

41. Respondé mentalmente. ¿Qué es más barato en el mayorista: 100 planchas de *stickers* a $11,95 cada una o 1.000 folios a $1,05 cada uno? ¿Por qué?

42. Hacé de profe Olivia dice que **8,7 · 5** es **40,35** porque 5 por 8 es 40, y 5 por 7 es 35. ¿Qué tenés para decir?

43. En el puesto de la feria venden el kilo de alfajores de maicena a $52,80 y el kilo de los de dulce de leche a $48,50. Martina compró 3 cuartos kilos de los de maicena y 1,2 kg de los de dulce de leche. Javi llevó solamente 2 kilos y medio de los de maicena. ¿Quién pagó más?

44. Completá con <, > o =.

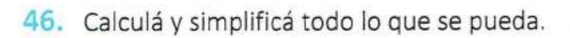
a. 3,16 · 10 .... 0,316 · 100

b. 40,05 · 1.000 .... 4,005 · 100

45. Sin calcular el producto del cartel, ¿podés indicar cuál de los tres es el resultado correcto? Explicá cómo lo pensás.

6,4 · 7,8

4,992 49,92 499,2



División con fracciones y decimales

División de fracciones

- Un número es el **inverso multiplicativo** de otro si el producto entre ellos es 1. Para obtener el inverso multiplicativo de una fracción, se intercambia el numerador con el denominador.
  El inverso multiplicativo de $\frac{8}{5}$ es $\frac{5}{8}$ porque $\frac{8}{5} \cdot \frac{5}{8} = 1$.
- **Dividir por una fracción equivale a multiplicar por su inverso multiplicativo.**

$\frac{2}{7} : \frac{3}{13} = \frac{2}{7} \cdot \frac{13}{3} = \frac{26}{21}$ $\qquad$ $\frac{4}{5} : 3 = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$

46. Calculá y simplificá todo lo que se pueda.

a. $\frac{3}{4} : \frac{7}{8} =$

b. $\frac{16}{5} : \frac{35}{6} =$

c. $\frac{8}{42} : \frac{1}{7} =$

d. $\frac{11}{24} : \frac{2}{9} =$

47. ¿Cuántas bolsitas de $\frac{3}{4}$ kg se pueden llenar con $11\frac{1}{4}$ kg de cacao en polvo? ¿Y de medio kilo?

48. Calculá estos cocientes. Luego completá la conclusión.

a. $\frac{7}{9} : \frac{1}{2} =$

b. $\frac{11}{5} : \frac{1}{2} =$

c. $\frac{19}{3} : \frac{1}{2} =$

d. $\frac{16}{5} : \frac{1}{2} =$

- Dividir por $\frac{1}{2}$ es lo mismo que .... por 2.

49. Estrategia: encontrar reglas generales Fijate cómo trabajaste en la actividad anterior, escribí algunos ejemplos y completá los enunciados.

a. Dividir por $\frac{1}{4}$ es lo mismo que ....

b. Dividir por $\frac{1}{5}$ es lo mismo que ....

c. Dividir por $\frac{1}{10}$ es lo mismo que ....

División con números decimales

- Para dividir un número decimal por 10, 100 o 1.000, basta con correr la coma hacia la izquierda uno, dos o tres lugares, respectivamente. Si es necesario, se agregan ceros.

  92,3 : 10 = 9,23   72,64 : 100 = 0,7264

  816,4 : 1.000 = 0,8164

- Cuando se dividen números como muestra el ejemplo, se puede transformar cada división en otra equivalente multiplicando el dividendo y el divisor por el número que haga falta (10, 100, 1.000, ...) para conseguir que el divisor sea un número natural. Luego se divide como de costumbre, teniendo en cuenta que antes de dividir la primera cifra decimal del dividendo, se coloca una coma en el cociente.

  5,405 : 0,25 = 540,5 : 25

  dos cifras decimales — se multiplican ambos por 100

  540,5 | 25
  40   21,62
  155
  50
  0

50. Escribí el cálculo que realices para resolver cada problema.

a. Andrés cortó un listón de madera de 2,07 m en tablitas de 0,23 m. ¿Cuántas obtuvo?

b. Laura preparó 43,5 kg de fideos en la fábrica de pastas y tiene que envasarlos en bolsitas de un cuarto kilo. ¿Cuántas bolsitas necesita?

c. Lo que quedó de una resma de hojas pesa 780 g sin el envoltorio. Si cada hoja de papel pesa 5,2 g, ¿cuántas hojas quedaron?

d. Ana compró el vestido para la fiesta de graduación en 12 cuotas iguales. ¿Cuál es el valor de cada cuota si el precio era de $1.269?

51. Hacé de profe. Revisá si lo que Nacho completó con rojo es correcto. Si hay errores, corregilos, pero ¡ojo! No vale usar la calculadora.

a. Dividir un número por 0,1 es lo mismo que dividir ese número por 10.

b. Multiplicar un número por 0,01 es lo mismo que dividir ese número por 100.

c. 348,75 : 100 = 34,875

d. 14,5 : 0,2 = 72,5

52. Los riñones filtran los productos de desecho y el exceso de agua en la sangre, y los pasan a la vejiga en forma de orina, para luego ser expulsados fuera del organismo. Considerá que los riñones de una persona filtran alrededor de 18 L de sangre cada cuarto de hora y la vejiga expulsa aproximadamente 1,4 L de orina al día.

a. ¿Cuántos litros de sangre por minuto filtran los riñones de esa persona?

b. ¿En cuántos días su vejiga habrá expulsado 9,8 L de orina?

53. La familia Alonso destinó, de sus ingresos del mes pasado, 4 quinceavos en alimentos, un quinto en el alquiler y la tercera parte en servicios, cuotas y viáticos. Si el resto lo ahorraron, ¿lo que gastaron en el alquiler es menos de lo que ahorraron? Explicá cómo lo pensás.

54. Mateo compró dos juegos para la Play. Uno por $105,30 y el otro le costó $12,75 más que el anterior. ¿Cuánto recibió de vuelto si pagó con un billete de $500?

55. Para la colecta del hospital, en una escuela juntaron dos cajas llenas de tapitas de gaseosa de 4,75 kg cada una, y una bolsa con un kilo y cuarto.

a. ¿Cuánto más que la bolsa pesan las dos cajas juntas?

b. Además recolectaron diarios: 9 cajas llenas de 3 kilos y medio cada una, y siete bolsas de 5,8 kg cada una. Si se habían propuesto reunir 65,5 kg de diarios, ¿lograron su meta? ¿Cuánto más juntaron o cuánto les faltó?

56. Por la compra de 2 L de jugo natural, Ana recibió gratis medio litro más. ¿Cuántos vasitos iguales puede llenar con todo el jugo, si con 8 de ellos reúne 1 L? Mostrá cómo podés averiguarlo trabajando de dos maneras: sin usar fracciones y usando fracciones. No olvides controlar si te dio lo mismo en ambos casos.

57. Seguí las pistas y descubrí cuánto cuestan las pelotas de básquet, los palos de hockey, los *rollers* y las raquetas de tenis.

✓ Las pelotas de básquet cuestan $18,15 más que la mitad de $2.160,70.

✓ Los palos de hockey cuestan el doble que las pelotas de básquet, y los *rollers* cuestan $1.196,50 menos que una pelota de básquet y un palo de hockey juntos.

✓ El precio de la raqueta de tenis es $3.595,75 más que la cuarta parte del precio de los *rollers*.

58. Pablo llegó a la estación de servicio y le dijo al playero: "Cargame quinientos pesos de nafta súper, por favor". ¿Cuántos litros cargó, si esa nafta cuesta diecisiete pesos con cuatro centavos el litro? Redondeá a los centésimos.

59. ¿Cuál es la tarjeta de Lucas? La única pista es que el número al que hace referencia es mayor que 2 y menor que once cuartos.

Soy el cociente entre $\frac{16}{5}$ y $\frac{3}{10}$.

Mi inverso multiplicativo es $\frac{3}{10}$.

La mitad de mi número es $\frac{9}{8}$.

El triple de mi número es $\frac{19}{2}$.

60. Completá con <, > o =, según corresponda.

a. 45,34 · 100 .... 3.752,9 : 10

b. 0,811 · 1.000 .... 12,23 : 100

c. 129,38 : 10 .... 1.009,7 : 100

d. 1.133,2 : 1.000 .... 113,32 : 10

61. ¿Estás de acuerdo con lo que afirma Damián? Explicá cómo lo pensás.

62. Hay 35,75 L de jugo para colocar en envases de un octavo de litro, un cuarto de litro o de medio litro. Si todos los envases tienen que ser iguales, ¿cuál o cuáles hay que elegir para que no sobre nada?

Potencias y raíces de fracciones y números decimales

Cuadrados y cubos

Se opera de la misma manera que con los números naturales y valen las mismas propiedades (ver páginas 8 y 10).

Si la base es una fracción, siempre se la encierra entre paréntesis.

Para hallar el cuadrado de una fracción o de un número decimal, se lo multiplica por sí mismo. Para hallar el cubo, se lo multiplica por sí mismo una vez más.

$\left(\frac{3}{10}\right)^2 = \frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{9}{100}$ $\quad 0{,}3^2 = 0{,}3 \cdot 0{,}3 = 0{,}09$ ← Una forma práctica de calcularlo es pensar que 3^2 es 9 → $0{,}3^2 = 0{,}09$

1 cifra decimal · 2 = 2 cifras decimales

$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{125}$ $\quad 0{,}4^3 = 0{,}4 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}4 = 0{,}064$ ← Forma práctica: $4^3 = 64$ → $0{,}4^3 = 0{,}064$

1 cifra decimal · 3 = 3 cifras decimales

63. Calculá.

a. $\left(\frac{5}{6}\right)^2 =$

b. $1{,}2^2 =$

c. $\left(\frac{8}{9}\right)^2 =$

d. $0{,}8^2 =$

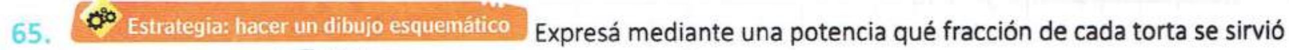
e. $\left(\frac{3}{4}\right)^3 =$

f. $0{,}1^3 =$

g. $\left(\frac{1}{3}\right)^2 =$

h. $0{,}4^3 =$

i. $\left(\frac{2}{3}\right)^3 =$



64. Hacé de profe Revisá si lo que Juli completó con rojo es correcto. Si hay errores, corregilos.

a. $\left(\frac{5}{7}\right)^2 = \frac{10}{14}$

b. $(0{,}2)^3 = 0{,}8$

c. $(0{,}5)^3 = 0{,}15$

d. $\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{3}{27}$

e. $\left(\frac{11}{10}\right)^2 = \frac{121}{10}$

f. $(0{,}6)^3 = 0{,}216$

65. Estrategia: hacer un dibujo esquemático Expresá mediante una potencia qué fracción de cada torta se sirvió cada chico.

Raíces cuadradas y cúbicas

Se opera de la misma manera que con los números naturales y valen las mismas propiedades (ver página 11).

$\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$ porque $\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$ $\qquad$ $\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{2}{3}$ porque $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$

$\sqrt{0{,}36} = 0{,}6$ porque $0{,}6^2 = 0{,}36$ → Forma práctica: pensar que $\sqrt{36} = 6$ → $\sqrt{0{,}36} = 0{,}6$

2 cifras decimales : 2 = 1 cifra decimal

$\sqrt[3]{0{,}008} = 0{,}2$ porque $0{,}2^3 = 0{,}008$ → Forma práctica: pensar que $\sqrt[3]{8} = 2$ → $\sqrt[3]{0{,}008} = 0{,}2$

3 cifras decimales : 3 = 1 cifra decimal

66. Calculá.

a. $\sqrt{\frac{4}{49}} =$

d. $\sqrt{\frac{36}{81}} =$

g. $\sqrt[3]{0{,}027} =$

b. $\sqrt{0{,}64} =$

e. $\sqrt{0{,}25} =$

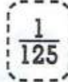
h. $\sqrt{\frac{1}{121}} =$

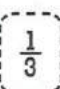
c. $\sqrt[3]{0{,}001} =$

f. $\sqrt[3]{\frac{27}{64}} =$

i. $\sqrt{1{,}44} =$

67. Pintá con verde el número que elevado al cuadrado da 0,25; con azul aquel cuya raíz cúbica es $\frac{1}{5}$ y con rojo el que elevado al cuadrado es 1,69. Luego, elevá al cubo los números que quedaron sin pintar.





1,3 $\qquad$ $\frac{1}{10}$ $\qquad$ 0,5

68. Hacé de profe Revisá si lo que Maca completó con rojo es correcto. Si hay errores, corregilos.

a. La raíz cuadrada de 0,16 es 0,8.

b. La raíz cúbica de $\frac{1}{64}$ es $\frac{1}{8}$.

c. La raíz cúbica de 0,027 es 0,9.

69. Completá con <, > o = según corresponda.

a. $\left(\frac{9}{5}\right)^2$ ...... $\sqrt{\frac{81}{25}}$

b. $\sqrt[3]{\frac{125}{27}}$ ...... $\sqrt{\frac{100}{49}}$

c. $\left(\frac{6}{10}\right)^3$ ...... $\sqrt{\frac{121}{4}}$

Porcentajes

Tanto por ciento

Si una cantidad se multiplica por $\frac{45}{100}$ o por 0,45, se obtiene su 45%. Se lee "45 por ciento" y significa 45 de cada 100.

El símbolo "%" se usa para expresar la división de un número por 100.

Si la cantidad se multiplica por $\frac{8}{100}$ o por 0,08, se obtiene su 8%.

$45\% \text{ de } 350 = \frac{45}{100} \cdot 350 = 0{,}45 \cdot 350 = 157{,}5$ $\quad$ $8\% \text{ de } 240 = \frac{8}{100} \cdot 240 = 0{,}08 \cdot 240 = 19{,}2$

El 100% de una cantidad es la misma cantidad.

Los porcentajes suelen utilizarse para hacer comparaciones o para calcular **descuentos** o **recargos**.

- Si hay que abonar \$232 con un descuento del 6%, se calcula el 6% de \$232 y el valor que se obtiene se resta de \$232. También se puede calcular directamente el porcentaje que se deberá pagar, o sea, el 94% (100% − 6%).
  94% de \$232 = 0,94 · \$232 = \$218,08
- Si hay que abonar \$308 con un recargo del 4%, se calcula el 4% de \$308 y el valor que se obtiene se suma a \$308. También se puede calcular directamente el porcentaje que se deberá pagar, o sea, el 104% (100% + 4%).
  104% de \$308 = 1,04 · \$308 = \$320,32

70. Calculá.

a. 32% de 826 = b. 7% de 1.200 = c. 103% de 54 = d. 85% de 105 =

71. Estrategia: hacer esquemas o gráficos. Razoná como Agustín y completá los enunciados.

a. La mitad de una cantidad representa el ....%.

b. Para hallar el ....% de una cantidad, la divido por 4.

c. Las tres quintas partes de una cantidad representan su ....%.

d. Para hallar el ....% de una cantidad, la divido por 10.

72. Daniel grabó 300 canciones en su MP4. El 65% de ellas son de música pop y, el resto, de otros estilos. ¿Cuántas canciones del MP4 no son de música pop?

73. Sabri tiene que pagar el abono mensual de \$528 por sus clases de zumba con un recargo del 9%. Para calcular cuánto debe abonar, hizo esta cuenta: **1,9 · 528**. ¿Está bien? ¿Por qué?

Cálculos combinados

Operaciones combinadas

Si en un cálculo se combinan distintas operaciones, se resuelve **respetando el mismo orden que al operar con números naturales** (ver página 12).

Se puede operar con los números decimales o con fracciones. También se puede transformar los números decimales en fracciones y operar con ellas.

74. Separá en términos y calculá; podés aplicar propiedades.

a. $\left[\left(\frac{3}{5}+\frac{1}{8}-\frac{7}{24}\right)\cdot\frac{27}{13}\right]:\left(5-\frac{2}{3}\right)=$

d. $\sqrt{0{,}04\cdot 2+0{,}28}:\frac{1}{6}+1{,}16:0{,}2=$

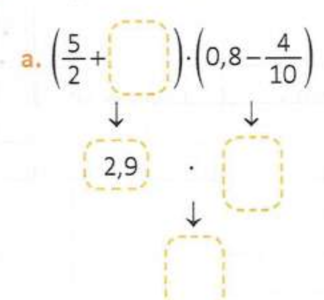
b. $\frac{2}{5}+\sqrt[3]{0{,}027}\cdot 10-\sqrt{0{,}64}:\sqrt{0{,}16}=$

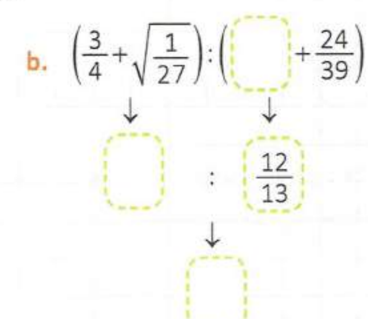
e. $5{,}6\cdot(3{,}45-2{,}7)-\sqrt{1{,}44}+\sqrt[3]{\frac{1}{8}}=$

c. $1\frac{8}{7}+\sqrt{\frac{16}{121}}\cdot\left(\frac{5}{9}-0{,}25\right)+\sqrt[3]{\frac{1}{8}}=$

f. $\left(1\frac{3}{4}+\sqrt{\frac{1}{6}}\right):\left(\frac{1}{12}+\sqrt[3]{0{,}064}\right)=$

75. Completá las casillas con los números que faltan.





76. Hacé de profe Descubrí los errores que cometió Tato y resolvé en forma correcta.

a. $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\cdot\left(3-\frac{1}{4}\right)=$

$\frac{7}{6}\cdot\frac{11}{4}=\frac{77}{24}$

b. $\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)^2-\sqrt[3]{\frac{1}{27}}=$

$\left(\frac{1}{3}\right)^2+\left(\frac{1}{4}\right)^2-\frac{1}{9}=$

$\frac{1}{9}+\frac{1}{16}-\frac{1}{9}=\frac{1}{16}$

c. $\frac{14}{5}+\frac{28}{5}:2+1:\frac{1}{5}=$

$\frac{42}{5}:3\cdot5=$

$\frac{42}{15}\cdot5=14$

d. $\sqrt{1-\frac{3}{5}:\frac{5}{3}}+\frac{1}{4}:\frac{1}{2}=$

$\sqrt{1-\frac{9}{25}}+\frac{1}{4}\cdot2=$

$1-\frac{3}{5}+\frac{2}{8}=\frac{13}{20}$

77. Copiá y completá con los números que faltan.

a. $\sqrt[\square]{\dfrac{27}{1.000}} = \dfrac{3}{10}$

b. $(........)^2 = 2{,}25$

c. $\left(\dfrac{\square}{\square}\right)^3 = \dfrac{216}{125}$

d. $(0{,}7)^3 = ...$

e. $\sqrt[\square]{\dfrac{81}{169}} = \dfrac{9}{13}$

78. De los 3.500 estudiantes que hay en un pueblo, el 52% son mujeres.

a. ¿Cuántos estudiantes varones hay en ese pueblo?

b. Si el 15% de los estudiantes varones usa lentes, ¿cuántos son?

79. Relacioná las tres columnas como muestra el ejemplo.

30%	$\frac{4}{5}$	0,45
25%	$\frac{3}{4}$	0,15
65%	$\frac{11}{50}$	0,22
5%	$\frac{3}{10}$	0,3
15%	$\frac{13}{20}$	0,75
80%	$\frac{1}{4}$	0,8
22%	$\frac{9}{20}$	0,25
45%	$\frac{1}{20}$	0,65
75%	$\frac{3}{20}$	0,05

80. Durante el mes de julio, en la casa de la familia Fernández consumieron 500 metros cúbicos de gas. En agosto consumieron un 50% más que en julio y, en septiembre, el consumo se redujo un 25% con respecto al de agosto.
¿Cuántos metros cúbicos consumieron en agosto? ¿Y en septiembre?

81. Estrategia: probar con ejemplos ¿Es cierto que el 20% del 15% es lo mismo que el 15% del 20%? Mostrá cómo lo razonás.

82. ¿Cuál de los cálculos muestra cuánto terminarías pagando por una pelota que cuesta \$590 si te hicieran un descuento del 15%? ¿Cuál es el monto que abonarías?

- [ ] $0{,}15 \cdot \$590$
- [ ] $\$590 - 0{,}15$
- [ ] $0{,}85 \cdot \$590$
- [ ] $\$590 - \dfrac{85}{100}$

83. Traducí y calculá.

a. La suma entre el doble de $\frac{3}{5}$ y la cuarta parte de 1,2.

b. El producto entre la mitad de $\frac{1}{3}$ y el triple de un medio.

c. El cociente entre la raíz cuadrada de 0,81 y la raíz cúbica de $\frac{1}{27}$.

84. Una de las chicas dice lo correcto. ¿Quién es? Explicá cómo la descubriste y por qué las demás están equivocadas.

Delfina: El cuadrado de la diferencia entre $\frac{11}{5}$ y $\frac{7}{10}$ da el mismo resultado que la suma entre el cuadrado de $\frac{11}{5}$ y el cuadrado de $\frac{7}{10}$.

Lourdes: El doble del cuadrado de $\frac{1}{7}$ da lo mismo que el cuadrado del doble de $\frac{1}{7}$.

Rocío: El triple de los $\frac{5}{4}$ de 0,8 da el mismo resultado que el quíntuple de los $\frac{3}{4}$ de 0,8.

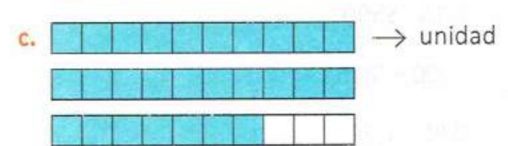
Sofía: El triple del cubo de $\frac{1}{2}$ da igual resultado que el cubo del triple de $\frac{1}{2}$.

85. Indicá la fracción representada. Luego escribí su expresión decimal.

a.

b. Unidad: cuatro círculos.

c.



86. Escribí tres fracciones equivalentes a cada una de las de la actividad anterior.

87. Escribí cada número como fracción irreducible.

a. 2,23 b. 3,8 c. 0,216

88. Encontrá una fracción entre cada par de números. Después, compará con tus compañeros. ¿Alguno encontró otra diferente de la que escribiste?

a. 3,5 < .... < 4,2

b. $\frac{3}{4}$ < .... < $\frac{7}{8}$

c. $4\frac{3}{10}$ < .... < 4,4

d. 7,25 < .... < $7\frac{2}{5}$

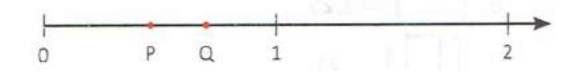
e. 8,06 < .... < $8\frac{7}{100}$

89. Decidí una unidad adecuada y representá en una recta numérica los números de la lista. Luego ordenalos de mayor a menor.

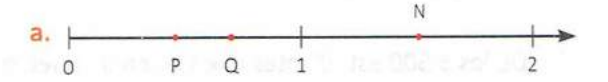
$\frac{7}{5}, \frac{5}{4}, \frac{8}{10}, 1\frac{1}{2}, \frac{22}{20}$.

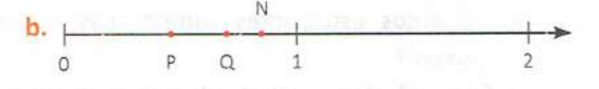
90. Ordená de menor a mayor los siete números: 6,8; 6,48; $8,\widehat{6}$;6,08; 8,06; $6,\widehat{36}$; 8,607.

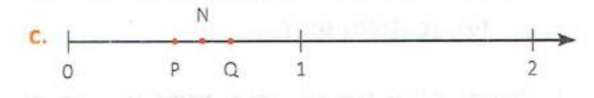
91. Las letras P y Q representan dos números en la recta numérica y la letra N representa el producto de ellos, o sea, N = P · Q.

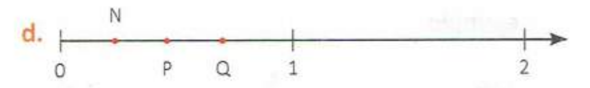


Juntate con algún compañero y piensen cuál de las siguientes rectas muestra la ubicación de N. Expliquen cómo razonaron.

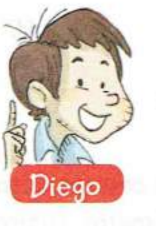
a.


b.


c.


d.


92. Observá lo que dicen los chicos y descubrí quién o quiénes dicen algo que es correcto.



93. Escribí dos expresiones decimales exactas entre el primer par de números y otras dos periódicas entre el segundo par.

27,12 y 27,3 **51,8 y 52,25**

94. Estrategia: buscar ejemplos Pedro dice que al sumar dos fracciones comprendidas entre 0 y 1, el resultado siempre es menor que 1. ¿Tiene razón? ¿Cómo te das cuenta?

95. En el examen de ingreso, Ezequiel sacó 87,60 puntos, y Raquel, 25 décimos menos que él. Mariano, en cambio, obtuvo $3\frac{1}{4}$ puntos más que ella.
¿Qué puntaje sacaron Raquel y Mariano?

96. Tres amigos compraron un equipo de música para el gimnasio. Raúl aportó dos tercios del total y Natalia, un quinto. El resto lo pagó Tania.
- **a.** ¿Quién aportó mayor cantidad de dinero?
- **b.** ¿Cuánto pagó cada uno si el equipo costó $4.230?

97. Estrategia: hacer un dibujo esquemático Rebeca decidió vender parte de la chacra que heredó de su abuelo. En marzo vendió un cuarto del total; en abril, dos tercios de lo que le quedaba y, en mayo, un tercio del resto.
- **a.** ¿Qué parte de la chacra aún no vendió?
- **b.** La chacra que heredó ocupaba 13.200 metros cuadrados. ¿Cuántos metros cuadrados vendió en marzo, cuántos en abril, cuántos en mayo y con cuántos se quedó?

98. En un ascensor se cargaron 9 bolsas de 12,75 kg cada una. Suben una mujer que pesa 65,2 kg y un hombre que pesa 85,7 kg. El ascensor admite 350 kg como carga máxima. ¿Cuánto puede pesar una persona como máximo para que también pueda subir al ascensor en ese viaje?

99. Roberto tiene un tirante de madera que mide $\frac{17}{4}$ m y quiere cortarlo en tiras de $\frac{5}{8}$ m cada una. ¿Cuántas puede obtener como máximo?

100. En la recolección de mandarinas, el sábado por la tarde se juntaron 3 cajones de $4\frac{3}{4}$ kg cada uno y otras 4 cajas con $2\frac{5}{8}$ kg cada una.
¿Se puede distribuir el total de las mandarinas en bolsas iguales de un kilo y medio sin que sobre nada? ¿Por qué?

101. Completá en forma mental.

- **a.** 698,2 : .... = 6,982
- **b.** .... : 1.000 = 0,037
- **c.** .... : 10 = 10,008

102. Descubrí el número que pensó cada uno.

El producto entre el número que pensé y 6,8 da como resultado 15,64.

Si dividís un entero y un quinto por el número que pensé, obtenés 0,8.

Al dividir tres décimos por el número que pensé, te da cinco octavos.

103. Calculá.

- **a.** $\frac{23}{4} - \frac{11}{8} + \frac{35}{6} =$
- **b.** $8,04 - \frac{53}{10} + 16,2 \cdot \frac{1}{2} =$
- **c.** $\left(12\frac{1}{2} - 1,5\right) : \left(1\frac{9}{10} + \frac{43}{5}\right) + \frac{1}{7} =$
- **d.** $\left(2,5 + \frac{13}{8}\right) : \frac{11}{20} + 1,6 =$

104. Calculá. Si es posible, aplicá propiedades.

a. $\left(\frac{11}{9}\right)^2 =$

b. $\left(\frac{3}{5}\right)^5 : \left(\frac{3}{5}\right)^2 =$

c. $\left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right) =$

d. $0{,}7^3 : 0{,}7^2 =$

e. $\sqrt{0{,}25} \cdot \sqrt{0{,}01} =$

f. $\sqrt[3]{0{,}512} =$

105. Flor dice que como 2 es menor que 3, $\left(\frac{4}{5}\right)^2$ es menor que $\left(\frac{4}{5}\right)^3$. ¿Tiene razón o está equivocada? ¿Cómo te das cuenta?

106. **Estrategia: probar con ejemplos** Si hay dos números naturales **n** y **k** y además **n** es mayor que **k**, ¿podés, sin conocer sus valores, indicar si $0{,}2^n$ es mayor, menor o igual que $0{,}2^k$? Explicá cómo lo pensás. Podés trabajar en equipo con algún compañero.

107. El abuelo Eduardo les propuso un desafío a sus nietos. Cada uno tiene que seguir su pista y descubrir cuál de las 5 tarjetas le corresponde. Si aciertan, se llevan una entrada para el acuario.

- El cubo del número de la tarjeta de Uriel es 0,343.
- El cuadrado del número de la tarjeta de Franco es 1,96.
- Si calculás la raíz cúbica del número de la tarjeta de Lucas te da 1 décimo.
- Al redondear a los décimos el resultado de la raíz cuadrada del número de la tarjeta de Agustín, se obtiene 0,2.

1,4 0,19 0,001 0,7 0,0361

108. Escribí un número que sea menor y otro que sea mayor al de la tarjeta que quedó sin usar en la actividad anterior, con la condición de que ambos tengan tres cifras decimales. Después, compará los que escribiste con los que propusieron tus compañeros.

109. Encontrá cuál de los cálculos corresponde a cada enunciado. Luego resolvé.

1.° La suma de $\frac{1}{5}$ y el cuadrado de $\frac{1}{2}$.

2.° La suma de $\frac{1}{2}$ y el cuadrado de $\frac{1}{5}$.

3.° El cuadrado de la suma de $\frac{1}{5}$ y $\frac{1}{2}$.

4.° La suma de los cuadrados de $\frac{1}{5}$ y $\frac{1}{2}$.

A $\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{2}\right)^2$ **C** $\left(\frac{1}{5}\right)^2+\frac{1}{2}$

B $\left(\frac{1}{5}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2$ **D** $\frac{1}{5}+\left(\frac{1}{2}\right)^2$

110. Indicá si cada afirmación es verdadera o falsa. Si alguna es falsa, escribí la afirmación de modo que se convierta en verdadera.

a. La raíz cúbica de 0,216 es 0,072 porque $0{,}072 \cdot 3$ es igual a 0,216.

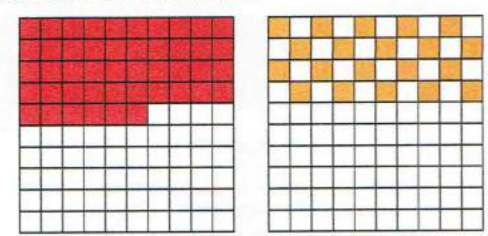
b. La raíz cuadrada de un centésimo es $\frac{1}{10}$ porque 10 por 10 es cien.

c. El cubo de un medio es un sexto porque 2 por 3 es 6.

d. El cuadrado de la suma de un medio y un cuarto da el mismo resultado que la suma del cuadrado de $\frac{1}{2}$ y el cuadrado de $\frac{1}{4}$.

e. $\sqrt{1-\frac{9}{25}}$ da el mismo resultado que $\sqrt{1}-\sqrt{\frac{9}{25}}$ porque la raíz se puede distribuir.

111. ¿Qué porcentaje del total representa la parte coloreada en cada caso?



112. En la escuela de Facundo, los chicos redactaron un reglamento que indica que para elegir el centro de estudiantes, se debe contar, como mínimo, con el 80% de participación del alumnado en la votación. Si la escuela tiene 2.440 alumnos, ¿cuántos tienen que votar, como mínimo, para que pueda formarse el centro de estudiantes?

113. Para aprobar el examen de Inglés hay que tener como mínimo el 60% de los ejercicios respondidos correctamente. Damián realizó los 55 ejercicios, pero únicamente 38 estuvieron correctos. ¿Aprobó el examen?

114. Estrategia: buscar ejemplos En una venta por internet ofrecen un 15% de descuento sobre el precio de lista. Además, si pagás con la tarjeta asociada al local, te añaden un 5% de descuento sobre el nuevo valor. Pablo dice que, con la tarjeta, da lo mismo si al precio de venta se le descuenta el 20%. ¿Tiene razón? ¿Cómo lo sabés?

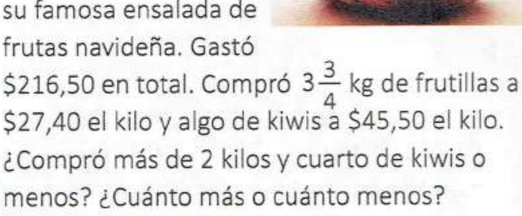
115. Camilo pagó el 40% de las cuotas del televisor. ¿Es cierto que todavía le falta abonar las dos quintas partes del total? ¿Por qué?

116. Nico contó en la cena que el lunes comió 3 décimos de su caja de alfajores y, al otro día, el 75% restante. Su hermano Mirko dice que no puede ser. ¿Por qué pensás que lo dice? ¿Estás de acuerdo?

117. Estrategia: buscar ejemplos Uní con flechas.

x aumentado en un 50%.	$0,9 \cdot x$
x con un descuento del 10%.	$2 \cdot x$
x aumentado en un 100%.	$1,5 \cdot x$
x con un descuento del 90%.	$0,1 \cdot x$

118. La tía Graciela fue al mercado para conseguir lo que le faltaba para preparar su famosa ensalada de frutas navideña. Gastó \$216,50 en total. Compró $3\frac{3}{4}$ kg de frutillas a \$27,40 el kilo y algo de kiwis a \$45,50 el kilo. ¿Compró más de 2 kilos y cuarto de kiwis o menos? ¿Cuánto más o cuánto menos?



119. Completá con = o ≠.

a. $\sqrt{1,44:0,64}$ .... $\sqrt{1,44}:\sqrt{0,64}$

b. $\sqrt{\frac{25}{9}\cdot\frac{4}{36}}$ .... $\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{9}}\cdot\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{36}}$

c. $\sqrt{1-0,36}$ .... $1-\sqrt{0,36}$

120. Emiliano encargó para el comedor escolar 54 L de jugo exprimido a \$32,50 el litro. También pidió cuatro docenas y media de conitos de dulce de leche. Todos los conitos costaban un 4% menos que todo el jugo.

a. ¿Cuánto deberá abonar por el total?

b. Como decide pagar con tarjeta de crédito, le cobran un recargo del 5%. ¿Cuánto termina pagando?

121. Calculá.

a. $\left(\sqrt{1+\frac{69}{100}}-\sqrt{0,25}\right)\cdot 0,04=$

b. $\left(\sqrt[3]{\frac{27}{8}}:\sqrt{\frac{1}{16}}+\frac{13}{5}\right):0,01=$

c. $\sqrt[3]{0,125}:(0,2)^3+(1,1)^2:\sqrt{0,01}=$

d. $0,28:0,4+\frac{1}{5}:\sqrt{0,01}=$

e. $\sqrt[3]{0,125}:\frac{1}{2}+\frac{3}{4}:\sqrt{0,36}=$

f. $\frac{3}{4}\cdot\left(1,75+\sqrt{\frac{81}{16}}\right)=$

g. $\sqrt[3]{\frac{27}{64}}:0,5+(0,1)^2:0,5=$

h. $0,64:\sqrt[3]{0,008}+0,5:\sqrt{0,01}=$

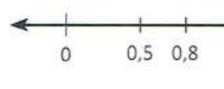
Saquen una hoja

Marcá la opción correcta.

1. ¿Cuál es la expresión decimal de $\frac{23}{90}$?

☐ 0,23 ☐ $0,2\widehat{5}$ ☐ $0,\widehat{2}$ ☐ 23,90

2. ¿Cuál es el número que le corresponde al punto marcado en la recta numérica?



☐ $\frac{7}{10}$ ☐ $\frac{5}{4}$ ☐ $\frac{7}{3}$ ☐ $\frac{10}{3}$

3. ¿Cuál de los siguientes números es el menor?

☐ 1,55 ☐ 1,05 ☐ $1,\widehat{5}$ ☐ $1,0\widehat{5}$

4. ¿Cuál de estos números representa 21,327 redondeado a los centésimos?

☐ 21,3 ☐ 21,32 ☐ 21,33 ☐ 21,327

5. ¿Qué número representa $15,\widehat{8}$ truncado a los décimos?

☐ 15,8 ☐ 15,88 ☐ 15,89 ☐ 15,9

6. María llevó tres cajas de 2,5 kg cada una y Juana, dos bolsas de 3,2 kg cada una. ¿Cuánto llevaron en total?

☐ 5,7 kg ☐ 10,7 kg ☐ 13,9 kg ☐ 17,1 kg

7. Se reparten $\frac{9}{4}$ kg de galletitas en 6 bolsas iguales. ¿Cuánto pesa cada bolsa?

☐ $\frac{27}{2}$ kg ☐ $\frac{3}{8}$ kg ☐ $\frac{8}{3}$ kg ☐ $\frac{54}{4}$ kg

8. El producto de dos números es 1,2 y uno de los factores es 1,5. ¿Cuál es el otro factor?

☐ 0,3 ☐ 0,8 ☐ 2,7 ☐ 6

9. ¿Cuántos vasos de 0,25 L se pueden llenar con $4\frac{3}{4}$ L de jugo sin que sobre nada?

☐ 12 ☐ 17 ☐ 18 ☐ 19

10. ¿Cuál es el resultado de $\left(\frac{3}{7}\right)^2$?

☐ $\frac{3}{7}$ ☐ $\frac{6}{14}$ ☐ $\frac{9}{49}$ ☐ $\frac{6}{7}$

11. ¿Cuál es el resultado de $\sqrt[3]{0,027}$?

☐ 0,003 ☐ 0,09 ☐ 0,3 ☐ 0,9

12. ¿Cuánto se abona por una compra de $242,80 con un descuento del 5%?

☐ $12,14 ☐ $121,40
☐ $230,66 ☐ $254,94

13. ¿Qué porcentaje se recarga en una compra si la vendedora multiplica el precio de lista por 1,2?

☐ 0,2% ☐ 2% ☐ 1,2% ☐ 20%

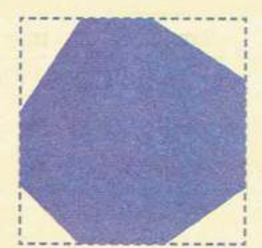
14. ¿Cuánto da $\frac{15}{2}+\sqrt{\frac{4}{9}}\cdot\left(\frac{2}{3}-\sqrt{\frac{25}{144}}\right)$?

☐ $\frac{11}{3}$ ☐ $\frac{22}{3}$ ☐ $\frac{49}{24}$ ☐ $\frac{23}{3}$

Controlá tus respuestas en la página 157.

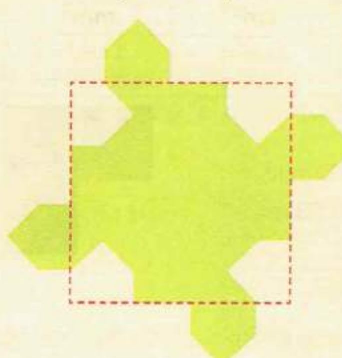
Esto ya lo sabía...

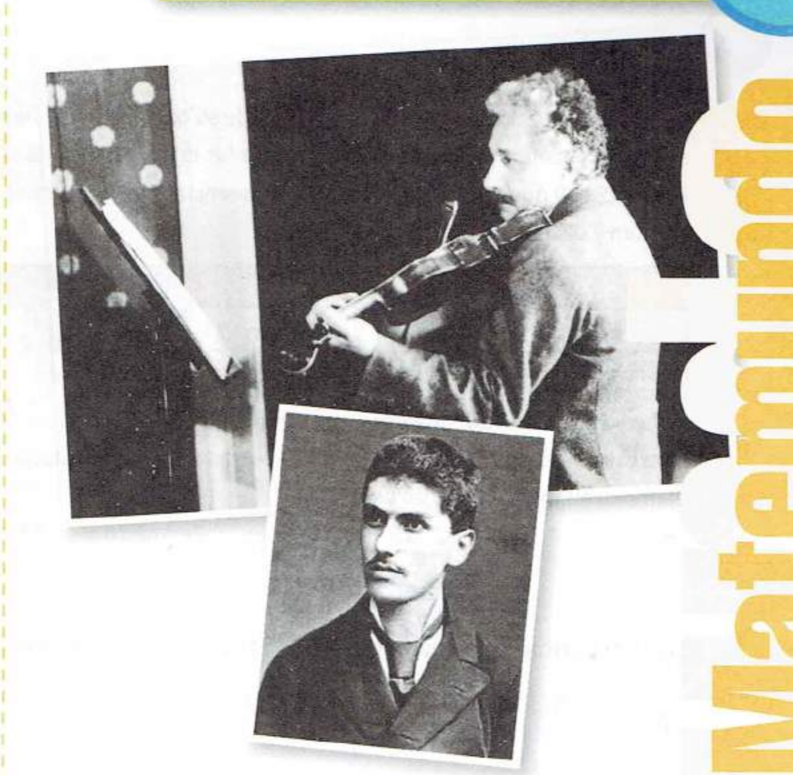
1. A un cuadrado se le recortaron las puntas, como se puede ver en el dibujo.



Es evidente que para cubrir la figura que quedó hace falta menos pintura que para el cuadrado original, pero... ¿qué sucede con la longitud del contorno? ¿También es menor? ¿Cómo podés darte cuenta sin medir nada? Pista: recordá la propiedad de los lados de cualquier triángulo.

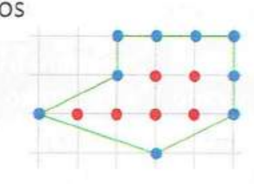
2. Para cubrir la figura verde, ¿se necesita más pintura que para cubrir el cuadrado de borde rojo? ¿Por qué?





El matemático austríaco Georg Pick entabló una larga amistad con Einstein, con quien, además, compartió su afición por la música. Pick se hizo célebre por una fórmula, que lleva su nombre y que en su momento pasó inadvertida. Esta fórmula sirve para calcular el área de un polígono como el dibujado abajo, que tiene sus vértices sobre las intersecciones de una cuadrícula, llamadas nodos.

La cantidad de cuadraditos que forman el área del polígono se obtiene con la fórmula de Pick, de esta manera:



BORDE : 2 + INTERIORES – 1

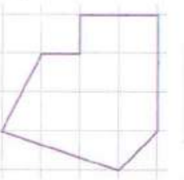
Nodos que están sobre el borde del polígono (puntos azules).

Nodos que están adentro (puntos rojos).

$9 : 2 + 6 - 1 = 9{,}5.$

Entonces, el área del polígono de borde verde está formada por 9,5 cuadraditos.

Usá la fórmula de Pick para calcular el área del polígono de borde lila.



Relación entre área y perímetro. Unidades de medida

Perímetro

Para hallar el perímetro de una figura se mide su contorno. Si la figura es un polígono, se suman las longitudes de sus lados teniendo la precaución de expresarlas en la misma unidad (todas en centímetros, todas en metros, etc.). Para ello, hay que tener en cuenta las equivalencias que muestra el siguiente cuadro, en el que las unidades aumentan y disminuyen de 10 en 10.

kilómetro	hectómetro	decámetro	metro	decímetro	centímetro	milímetro
km	**hm**	**dam**	m	**dm**	**cm**	**mm**
1 km = 1.000 m	1 hm = 100 m	1 dam = 10 m		1 dm = 0,1 m	1 cm = 0,01 m	1 mm = 0,001 m

La figura azul está formada por un cuadrado y un rectángulo.

Para calcular su perímetro, se pueden expresar todas las longitudes de los lados, por ejemplo, en milímetros o en centímetros.

5 mm

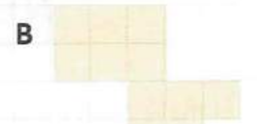
1,5 cm

Perímetro = 4 · 5 mm + 2 · 15 mm = 50 mm   Perímetro = 4 · 0,5 cm + 2 · 1,5 cm = 5 cm

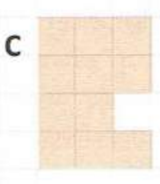
3. Hallá el perímetro de cada figura. Considerá que los cuadraditos de la cuadrícula tienen 5 mm de lado.

A

B



C

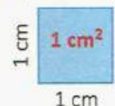


Área

Para medir superficies se puede usar como unidad de medida un cuadradito, un rectangulito, etc., o bien unidades convencionales, como el **metro cuadrado** (m^2) o el **centímetro cuadrado** (cm^2).

Un cuadrado de 1 m de lado ocupa una superficie que mide un **metro cuadrado** (**1 m^2**); decimos que su **área** es de 1 m^2.

Un cuadrado de 1 cm de lado, como el azul, tiene un área de 1 cm^2.



Las unidades de superficie aumentan y disminuyen de 100 en 100, como muestra el cuadro.

kilómetro cuadrado	hectómetro cuadrado	decámetro cuadrado	metro cuadrado	decímetro cuadrado	centímetro cuadrado	milímetro cuadrado
km^2	**hm^2**	**dam^2**	m^2	**dm^2**	**cm^2**	**mm^2**
1 km^2 = 1.000.000 m^2	1 hm^2 = 10.000 m^2	1 dam^2 = 100 m^2		1 dm^2 = 0,01 m^2	1 cm^2 = 0,0001 m^2	1 mm^2 = 0,000001 m^2

El área de la figura violeta formada por 3 cuadrados de 1 cm^2 es igual a 3 cm^2.

Para expresarla en milímetros cuadrados, se multiplica una vez por 100. → 3 cm^2 = 300 mm^2

Para expresarla en metros cuadrados, se divide dos veces por 100. → 3 cm^2 = 0,0003 m^2

4. Considerá las tres figuras de la actividad 3.

a. Calculá el área de cada una, teniendo en cuenta que 4 cuadraditos de la cuadrícula ocupan 1 cm^2.

A: **B:**   **C:**

b. ¿Es cierto que la de mayor perímetro es la de mayor área?
¿Y que si las áreas son iguales, los perímetros también son iguales?

Perímetros y áreas de triángulos, cuadriláteros y otros polígonos

Perímetros de figuras

Para calcular el **perímetro** de algunas figuras, se puede recurrir a fórmulas, como las que aparecen en la página 159, cuidando que **todas las longitudes estén expresadas en la misma unidad**.

Áreas de triángulos y cuadriláteros

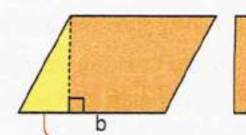
El área del rectángulo se calcula multiplicando la longitud de su base (**b**) por la de su altura (**a**).
De esta fórmula se deducen la del área del triángulo y las de los demás cuadriláteros (ver página 159).

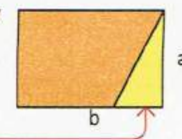
Área del rectángulo = b · a

a
b

Por ejemplo, si un rectángulo y un paralelogramo tienen la misma base y la misma altura, sus áreas son iguales.

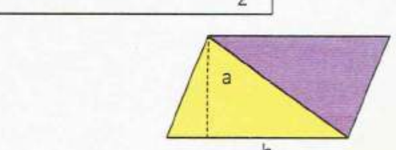
Área del paralelogramo = b · a





El área del triángulo amarillo es la mitad que la del paralelogramo.

Área del triángulo = $\frac{b \cdot a}{2}$



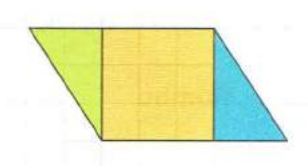
5. Estrategia: hacer un dibujo esquemático Leo y Analía heredaron un terreno rectangular de 12,5 m de frente y 32 m de fondo.

a. ¿Cuánto mide su superficie?

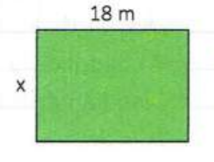
b. Destinarán un sector rectangular del terreno, de 90 cm de ancho, para plantas aromáticas, que ocupará 2,25 m^2. ¿Qué largo tendrá?

c. Van a rodear por completo el sector de las aromáticas con un alambre tejido, para que los animales no rompan las plantas. ¿Alcanzan los 6 metros que Leo tiene en un rollo? ¿Cuánto falta o cuánto sobra?

6. El cuadrado amarillo tiene un área de 900 m^2. ¿Cuál es el área de toda la figura?
Pista: aprovechá "el dato" que te da la cuadrícula.



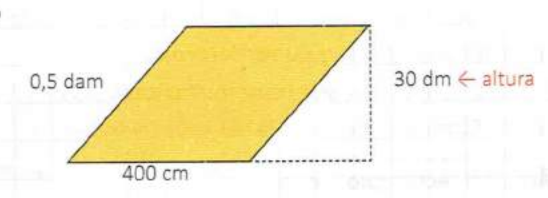
7. Observá los datos, planteá una ecuación para hallar **x** y luego calculá el área de la figura en centímetros cuadrados.



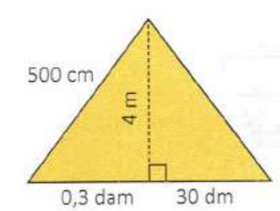
Perímetro:
6.300 cm

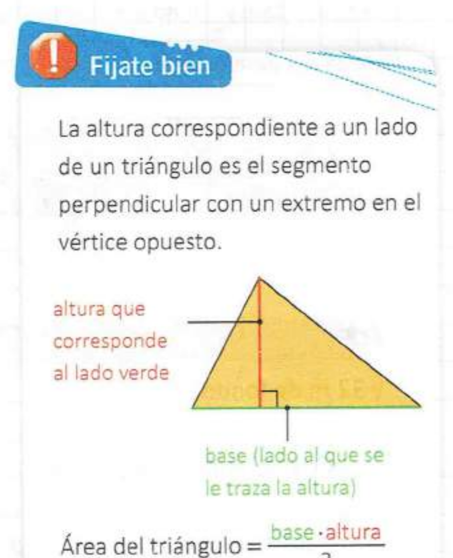
8. ¿Cuál es, en metros cuadrados, el área de un cuadrado si su perímetro es de 2.600 cm?

9. ¿Cuáles son el área y el perímetro del paralelogramo?

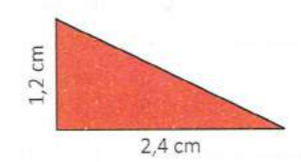


10. El triángulo es isósceles. Calculá su perímetro en metros y su área en m^2.





11. Observá el triángulo rectángulo rojo. Recordá que los lados que forman el ángulo recto se llaman **catetos**.

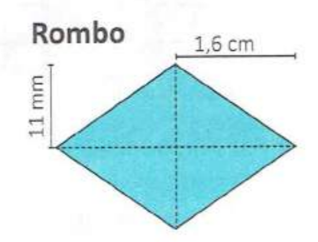


a. ¿Cuál es la altura correspondiente a cada cateto?

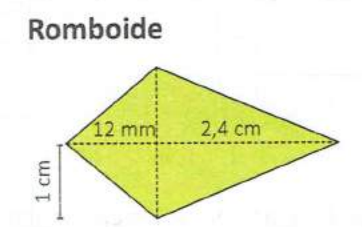
b. Sofi opina que el área del triángulo se puede calcular con la fórmula $\frac{cateto_1 \cdot cateto_2}{2}$. ¿Es así o te parece que se equivoca? ¿Cuál es el área del triángulo?

12. Calculá el área de cada figura. Podés consultar las fórmulas en la página 159.

Rombo



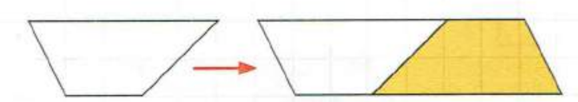
Romboide



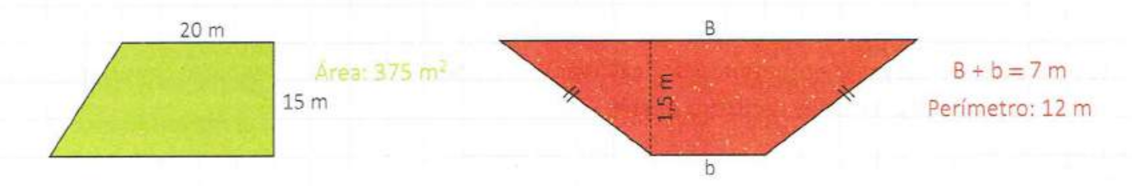
13. A Santiago no le gusta para nada aprender fórmulas de memoria. Dice que con saber las de las áreas del paralelogramo y del triángulo, se las arregla para calcular el área de cualquier otro cuadrilátero. ¿Cómo te parece que habrá hecho para hallar las áreas del rombo y del romboide de la actividad anterior?

14. Lucio aprendió de memoria que para averiguar el área de un trapecio hay que hacer "la suma de las bases por la altura sobre dos", pero no entiende bien por qué. Para que la interprete, su hermano mayor dibujó un trapecio y luego la figura 2, compuesta por dos trapecios como el primero. ¿Cómo creés que puede usar el dibujo para que Lucio entienda?

Figura 2



15. **Hacé de profe** Analizá si lo que Julieta completó con azul es correcto. Si algo está mal, corregilo.

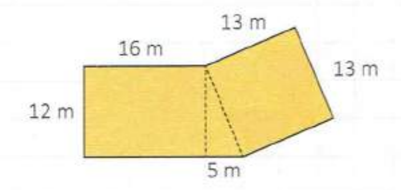


a. La base mayor del trapecio verde mide 30 m más que la base menor.

b. Área del trapecio rojo: 10,5 m²

c. Cada uno de los lados iguales del trapecio rojo mide 5 m.

16. El dibujo representa el piso del sector que ocupará una editorial en la feria del libro. Van a cubrirlo con una alfombra sintética que se vende a \$125 el metro cuadrado. ¿Alcanza con los \$50.000 que planean destinar para eso?



Fijate bien

Para calcular el área de un polígono cualquiera, se lo puede descomponer en triángulos u otras figuras conocidas, y sumar sus áreas.

17. **Estrategia: descomponer en figuras conocidas**

Milo hizo una torre con sus apilables. ¿Qué área tiene la sombra proyectada sobre la pared? Considerá que la cuadrícula está formada por cuadraditos de 17,5 cm de lado.

Tengo tarea

18. Dibujá dos romboides diferentes, ambos con un área de 8 cm².

Área de polígonos regulares

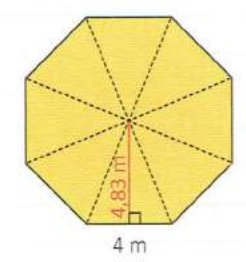
Para hallar el área de un polígono regular, se lo puede descomponer en triángulos iguales (como se muestra en el dibujo), calcular el área de uno de ellos y multiplicarla por la cantidad de triángulos.

$$\textbf{Área del hexágono regular} = 6 \cdot \frac{b \cdot a}{2} = \frac{6 \cdot b \cdot a}{2} = \frac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2}$$

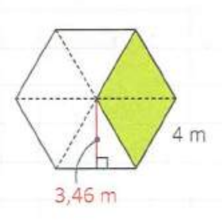
Esta última fórmula sirve para calcular el área de cualquier polígono regular.

$$\textbf{Área del polígono regular} = \frac{\textbf{perímetro} \cdot \textbf{apotema}}{\textbf{2}}$$

19. Calculá el área del octógono regular empezando por calcular el área de un triángulo. Después, chequeá si lo hiciste bien aplicando la fórmula que se recuadró arriba.



20. Observá el hexágono regular, formado por seis triángulos equiláteros iguales.



a. ¿Cuál es el área del hexágono?

b. Calculá el área del rombo verde usando la fórmula correspondiente de la página 159.

c. Volvé a calcular el área del rombo, pero esta vez considerando qué parte del hexágono ocupa. Después, chequeá si coincide con la que obtuviste en el ítem **b**.

21. ¿Cuál es el área de un pentágono regular si sus lados miden 5 cm y su apotema, 3,44 cm?

22. **Estrategia: plantear una ecuación** El área de un decágono regular es de 769,5 cm². Si su apotema mide 15,39 cm, ¿cuánto mide cada lado? Mostrá los pasos que seguís para averiguarlo.

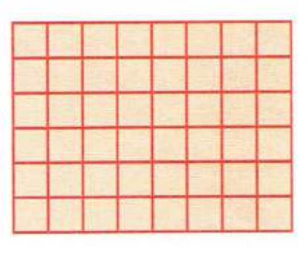
23. ¿Cuánto mide la apotema de un decágono regular si cada uno de sus lados mide 5 cm y su área es de 192,25 cm²?

24. Uno de los lados más largos de un rectángulo mide 0,013 dam y el perímetro de la figura es de 4,2 dm.

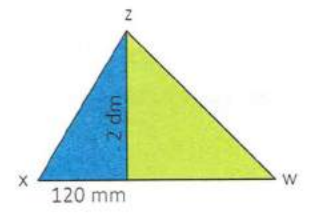
a. ¿Cuántos centímetros mide cada uno de los lados más cortos?

b. ¿Cuál es el área del rectángulo en centímetros cuadrados?

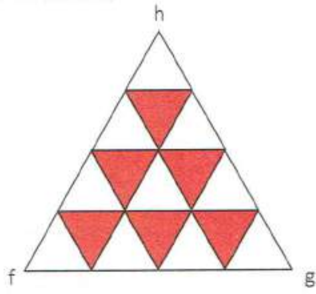
25. Se cubrió el piso de una sala con cerámicas cuadradas de 40 cm de lado, como muestra la ilustración. ¿Cuántos metros cuadrados cubren?



26. El triángulo verde es isósceles. Calculá el área del triángulo **xwz** en centímetros cuadrados.



27. Todos los triangulitos rojos son iguales a los blancos. Cada uno tiene 5 cm de base y 43,3 mm de altura.



a. ¿Cuál es el área del triángulo **fgh**? Mostrá cómo la calculaste.

b. ¿Cuánto mide cada lado del triángulo **fgh**? ¿Y su altura?

28. Una de las diagonales de un romboide mide la mitad que la otra diagonal. ¿Es cierto que el área de la figura se puede calcular elevando al cuadrado la longitud de la diagonal menor? Explicá.

29. Una de las diagonales de un rombo mide 0,28 m. Si el área de la figura es de 10.080 mm^2, ¿cuántos centímetros mide la otra diagonal?

30. Estrategia: hacer un dibujo esquemático. Laura va a presentar una foto para un concurso. Las bases del concurso indican que la foto debe medir 30 cm por 20 cm y que debe estar montada sobre una superficie blanca, dejando un borde de 10 cm sobre los cuatro lados. Además, debe estar cubierta con un vidrio y enmarcada con varillas de madera de color negro, de 2 cm de espesor.

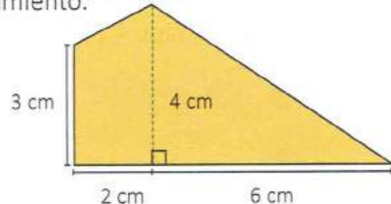
a. ¿Cuánto le costará el vidrio, si lo consigue a $245 el metro cuadrado?

b. ¿Es cierto que la parte blanca de los bordes ocupará 7 décimos de la superficie que estará bajo el vidrio? ¿Por qué?

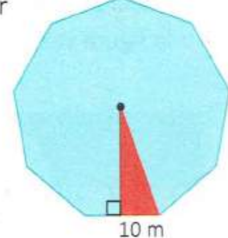
c. ¿Cuánto medirá el contorno de la foto enmarcada?

31. Una sala rectangular tiene 12 m de ancho y el largo es dos veces y media el ancho. En ella hay una tarima cuadrada sobre la cual se desarrollan diversos espectáculos. La parte del suelo que no queda cubierta por la tarima es de 317,75 m^2. ¿Qué dimensiones tiene la tarima?

32. Calculá el área de la figura. Mostrá tu procedimiento.



33. El área del eneágono regular es de 2.473 m^2. ¿Cuánto mide su apotema?



34. ¿Cómo usarías la fórmula $\frac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2}$ para expresar el área de un cuadrado de lado L? ¿Te quedó lo que esperabas?

Longitud de la circunferencia

Perímetro del círculo

Si se divide la longitud (L) de cualquier circunferencia por su diámetro (d), se obtiene siempre el mismo número, que se simboliza con la letra griega π (pi).

$$\frac{L}{d} = \pi \rightarrow \boxed{L = \pi \cdot d} \text{ o también } \boxed{L = \pi \cdot 2 \cdot \text{radio}}$$

O sea que el perímetro de cualquier círculo, es decir, la longitud de su circunferencia (L) se obtiene multiplicando la longitud de su diámetro por π.

En este libro, para hacer los cálculos, se considerará $\pi = \mathbf{3{,}14}$ y se redondearán los resultados a los centésimos.

Así, la longitud de la circunferencia dibujada es $L = 3{,}14 \cdot 4 \text{ cm} = 12{,}56 \text{ cm}$.

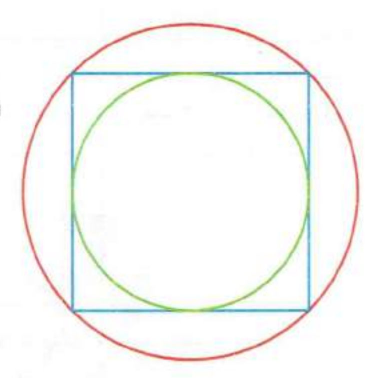
Para hallar la **longitud de un arco de circunferencia**, se calcula qué fracción de L es.
En el caso dibujado: longitud del arco AB $= \frac{45°}{360°} \cdot \pi \cdot 4 \text{ cm} = 1{,}57 \text{ cm}$.

A
45°
centro
radio = 2 cm
B

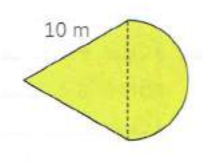
35. ¿Qué longitud tiene la circunferencia que trazó Bautista si para dibujarla abrió el compás de manera que había 4,5 cm entre la punta del pinche y la punta de la mina?

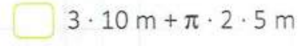
36. ¿Cuánto mide el diámetro de una circunferencia si su longitud es de 26,69 cm?

37. **Estrategia: interpretar los datos en la figura** Una hormiga camina por la circunferencia verde mientras que una vaquita de San Antonio camina por la de color rojo. ¿Cuántos metros recorre cada una al dar una vuelta completa, si el cuadrado de bordes azules tiene un área de 9 m^2 y su diagonal mide 4,24 m?



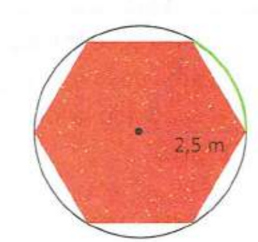
38. ¿Cuál o cuáles de las siguientes expresiones sirven para calcular el perímetro de la figura verde formada por un triángulo equilátero y un semicírculo?





- ☐ $3 \cdot 10 \text{ m} + \pi \cdot 2 \cdot 5 \text{ m}$
- ☐ $2 \cdot 10 \text{ m} + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 2 \cdot 5 \text{ m}$
- ☐ $2 \cdot 10 \text{ m} + \pi \cdot 10 \text{ m}$
- ☐ $3 \cdot 10 \text{ m} + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 10 \text{ m}$

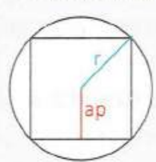
39. Calculá la longitud del arco verde. El polígono rojo es regular.

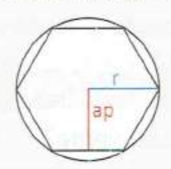


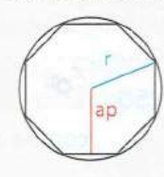
Áreas de figuras circulares

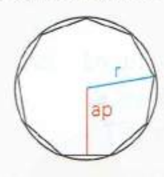
Área del círculo

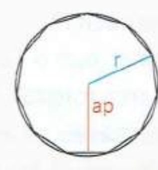
En las ilustraciones se puede ver que, a medida que aumenta la cantidad de lados del polígono, su perímetro se acerca cada vez más a la longitud de la circunferencia, y su apotema, al radio.







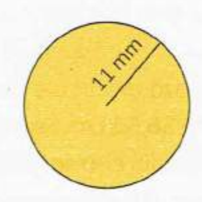




Si el polígono tuviese miles de lados, su contorno casi no se podría distinguir de la circunferencia. Por ese motivo, se puede pensar la fórmula del área del círculo como la de un "polígono regular de infinitos lados"; su perímetro es la longitud de la circunferencia (L) y su apotema es el radio (r).

Área del polígono regular $= \frac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2}$

Área del círculo $= \frac{L \cdot r}{2} = \frac{\pi \cdot 2 \cdot r \cdot r}{2}$ → **Área del círculo $= \pi \cdot r^2$**



El área del círculo dibujado es $\pi \cdot r^2 = 3{,}14 \cdot (11\ \text{mm})^2 = 3{,}14 \cdot 121\ \text{mm}^2 = 379{,}94\ \text{mm}^2$.

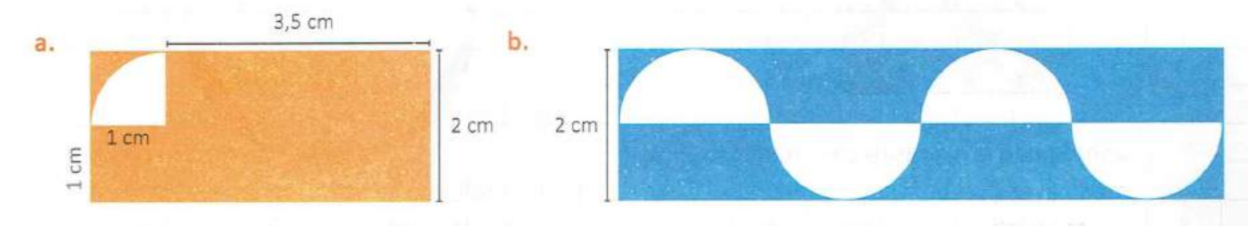
Para calcular el **área de un sector circular** se usa la fórmula de la página 159.

40. Lucas dibujó una circunferencia con el compás. ¿Qué área tiene el círculo correspondiente si entre los extremos del compás había 3 cm?

41. Lucio marcó sobre el borde de un círculo dos puntos diametralmente opuestos, es decir, el segmento que los une pasa por el centro del círculo. Si ese segmento mide 6,5 cm, ¿cuántos centímetros cuadrados tiene el círculo?

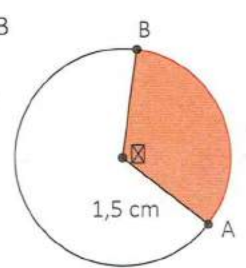
42. ¿Cuánto mide el diámetro de una alfombra circular que cubre 20.096 cm^2?

43. **Estrategia: calcular restando áreas de figuras** Hallá el área coloreada en cada caso.



44. Las ruedas de un camión tienen un diámetro de 110 cm. ¿Cuántos metros ha recorrido el camión cuando sus ruedas dieron la vuelta número 72? Ayuda: ¿qué longitud recorre cada rueda al dar una vuelta?

45. La longitud del arco rojo AB es de 3,14 cm. ¿Cuál es la amplitud del ángulo $\hat{\beta}$?



46. Se trazó un círculo de centro **c**. Su perímetro mide 56,52 cm. Se marca un punto **a** sobre el borde del círculo. ¿Cuál de las siguientes es la longitud del segmento $\overline{ac}$?

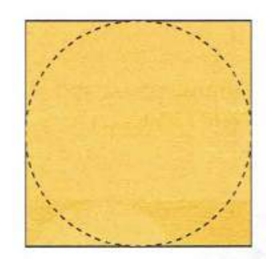
- ☐ 3,14 cm
- ☐ 6,28 cm
- ☐ 9 cm
- ☐ 18 cm

47. Mariela usó un compás para trazar una circunferencia. El círculo que se formó tiene un área de 78,5 cm^2.

a. ¿Cuál fue la abertura del compás?

b. ¿Cuál es la longitud de la circunferencia que trazó Mariela?

48. A un papel cuadrado de 72 cm de perímetro se le recorta el círculo del mayor tamaño posible, como muestra el dibujo.



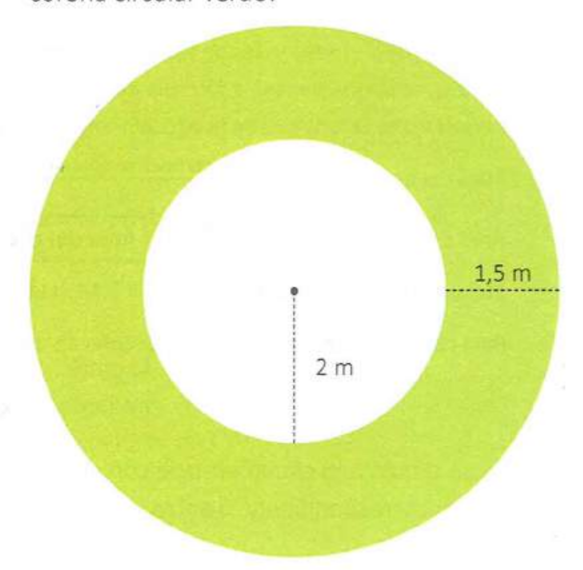
a. ¿Cuánto mide el diámetro del círculo? Explicá cómo lo averiguás.

b. ¿Cuántos centímetros cuadrados de papel sobran una vez recortado el círculo?

c. ¿Cuántos centímetros mide el contorno del círculo recortado?

49. Para instalar una calesita, van a cubrir un terreno circular de 6 m de diámetro con una capa de arena. Si para cubrir 1 m^2 se utilizan 5 kg de arena, ¿alcanzará con 150 kg de arena para cubrir todo el terreno circular? ¿Por qué?

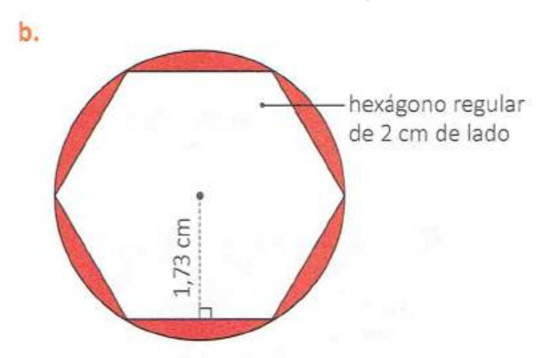
50. Estrategia: restar áreas ¿Cuál es el área de la corona circular verde?



51. Calculá el área de cada figura coloreada.

a.

b.



c. ¿Cuáles son el perímetro y el área del sector circular de la figura de la actividad 45? ¿Y cuáles serían si el ángulo $\hat{\beta}$ tuviera una amplitud de 80°?

52. Una tira de flecos tiene una longitud de 0,038 hm.

a. ¿Cuál es la mayor cantidad de tiras de 3,5 dm que se pueden cortar?

b. ¿Cuántos milímetros tienen que medir los lados de un rombo para que con lo que sobró de la tira de flecos, si se cortó la mayor cantidad de tiras de 3,5 dm, alcance justo para rodear su contorno?

53. Para que no entre frío, Franco va a colocar un burlete alrededor de todo el contorno de una puerta. El rollo trae dos metros y medio, y la puerta mide 860 mm de ancho y 205 cm de alto. ¿Cuántos rollos necesita comprar? ¿Le alcanzará justo o le sobrará burlete?

54. Se divide un cuadrado en 36 cuadraditos iguales de 84 mm de perímetro cada uno.

a. ¿Cuál es el perímetro del cuadrado original? ¿Mide más de medio metro o menos? ¿Cuánto más o cuánto menos?

b. ¿Cuál es el área del cuadrado original?

55. Hacé de profe En la clase de Matemática había que calcular en centímetros el perímetro de un cuadrado, sabiendo que su área es de 64 cm^2.

a. Al grupo de Juampi le dio 32. ¿Está bien? ¿Cómo te das cuenta?

b. Juampi afirmó que en cualquier cuadrado, la cantidad de centímetros del perímetro es la mitad de la cantidad de centímetros cuadrados del área. ¿Qué le dirías si fueses su profesor?

56. Para medir las superficies de los campos se utilizan **unidades agrarias**. La más usual es la **hectárea** (**ha**). Para que tengas una idea, si no sos del campo, una hectárea equivale a la superficie que ocupa una manzana con cuadras de 100 m, o sea, de 1 hm.

1 ha = 1 hm^2

a. ¿Cuántos metros cuadrados tiene una chacra de una hectárea y media?

b. El predio que ocupa una finca con plantaciones de árboles frutales tiene forma rectangular y ocupa 12 hectáreas. ¿Cuántos metros mide de fondo si tiene 0,15 km de frente?

57. Una de las diagonales del romboide que recortó Emilia mide 120 mm y, la otra, sus tres cuartas partes. ¿Cuántos centímetros cuadrados tiene el romboide?

58. En un rectángulo rojo, la base mide 160 mm y la altura, 0,012 dam.

a. Escribí en centímetros las longitudes de la base y la altura de otro rectángulo que tenga la misma área que el rojo, pero diferente perímetro.

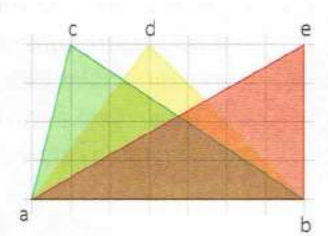
b. Escribí en centímetros la base y la altura de otro rectángulo que tenga el mismo perímetro que el rojo, pero distinta área.

59. Ignacio dibujó un rombo con lados de 85 mm y un rectángulo cuya base mide 1,2 dm. Las dos figuras tienen el mismo perímetro.

a. ¿Cuántos centímetros mide la altura del rectángulo?

b. ¿Cuál es el área del rectángulo en metros cuadrados?

60. ¿Cuál de los triángulos tiene mayor área: el **abc**, el **abd** o el **abe**? ¿Cómo te das cuenta?



61. Martina dibujó un rectángulo de 10 cm de largo y 6 cm de ancho.

a. ¿Cuál es su área?

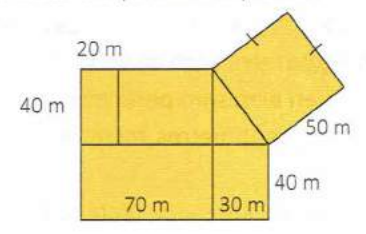
b. Si ahora duplicara las dimensiones del rectángulo, ¿su perímetro también se duplicaría? ¿Y qué sucedería con su área?

62. Los chicos de un curso se van de campamento. El profesor de Educación física les indicó que preparen 10 banderines como el de la figura, con las dimensiones indicadas. ¿Cuántos centímetros cuadrados de tela necesitarán como mínimo?

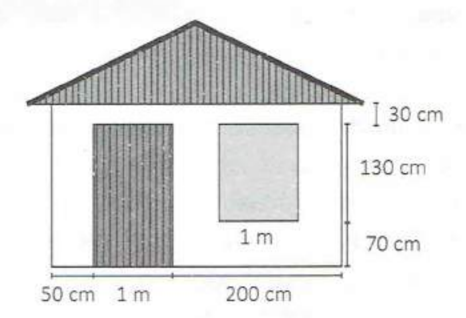
Repaso todo

63. Considerá que los cuadraditos de la cuadrícula tienen 1 cm de lado y calculá el área del triángulo rojo y la del celeste. Para ello, utilizá el área de los triángulos **abd** y **abc**. Podés trabajar en grupo.

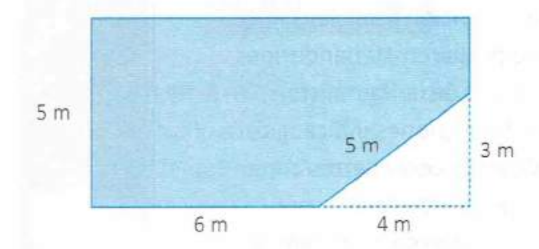
64. Este es el croquis de un predio. ¿Cuántos metros cuadrados ocupa todo el predio?



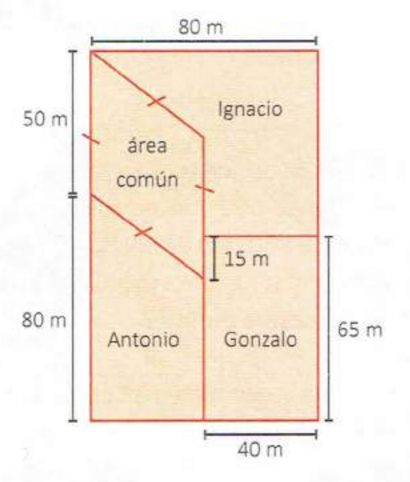
65. El dibujo representa el frente de una cabañita. El dueño quiere cubrir la parte blanca con dos manos de pintura. Dice que con una lata de 1 litro le alcanza. ¿Será cierto? Tené en cuenta que un litro de pintura cubre unos 12 m^2 por mano.



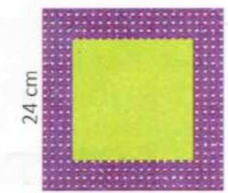
66. Calculá el perímetro y el área del pentágono azul.



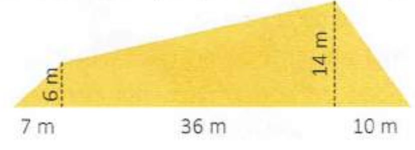
67. Tres amigos se distribuyeron un predio, y destinaron un sector con forma de rombo para actividades en común, como muestra el esquema.
¿Cuántos metros cuadrados tiene cada uno de los cuatro sectores?



68. Calculá el área de la parte del cuadrado decorada con puntitos. La figura verde es un cuadrado de 64 cm de perímetro.



69. Este es un croquis del sector que ocupa el acuario de un parque temático.



Van a colocar un nuevo piso, que cuesta $129 el metro cuadrado. ¿Cuál será el presupuesto por todo el trabajo si, para colocarlo, la empresa cobra el 12% del valor de todo el piso?

70. Estrategia: hacer un dibujo esquemático Una zona arbolada de un parque tiene forma de trapecio. Sus bases miden 128 m y 92 m. Se construirá un camino recto perpendicular a las bases, de 4 m de ancho y 40 m de largo, desde una de las bases hasta la otra.

a. ¿Es cierto que el camino representará menos del 4% del área de esa zona? ¿Por qué?

b. ¿Cuántos metros cuadrados ocupará la parte que quedará arbolada?

71. El entrenador del equipo de fútbol pidió a los jugadores que hagan 20 vueltas trotando alrededor del círculo central de la cancha, cuyo radio es de 9,15 m. ¿Trotarán más de 1 km o menos? ¿Por qué?

72. Las ruedas de la bici de Martín tienen un diámetro de 90 cm.

a. ¿Cuántos metros recorren al dar 100 vueltas?

b. Martín afirma que para recorrer 5 km con la bici, las ruedas tienen que dar más de 1.700 vueltas. ¿Es así o está exagerando?

73. Calculá.

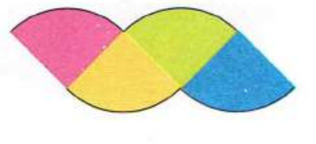
a. En decímetros cuadrados, el área de un círculo de 15 m de radio.

b. En metros cuadrados, el área de un círculo de 32 cm de diámetro.

c. En milímetros, el radio de un círculo cuya área es $36 \cdot \pi$ cm^2.

d. En centímetros, el diámetro de un círculo cuya área es $121 \cdot \pi$ m^2.

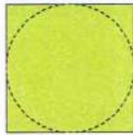
74. Se recortó un círculo de 3 cm de diámetro en cuatro partes iguales y se las dispuso como muestra la ilustración.



a. ¿Cuál es el área de la figura que se formó? ¿Cómo la obtuviste?

b. ¿Qué diferencia hay entre el perímetro de la figura que se formó y el del círculo original? ¿Cómo la calculás?

75. El mayor círculo que se puede recortar de un papel cuadrado tiene un área de 2.826 mm^2.

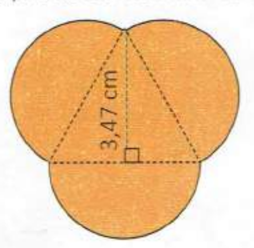


a. ¿Cuál es el área del cuadrado en cm^2?

b. ¿Cuántos decímetros mide el perímetro del cuadrado?

76. Si de un papel cuadrado cuya área es de 1,44 dm^2 recortaras el círculo del mayor tamaño posible, ¿cuántos centímetros cuadrados de papel estarías desperdiciando? Mostrá todos los pasos que seguís para averiguarlo.

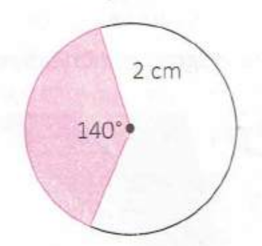
77. El triángulo de bordes punteados es equilátero y su perímetro mide 120 mm. ¿Cuántos centímetros cuadrados cubre la figura si las otras tres piezas son semicírculos?



78. Calculá el área de la parte coloreada con los datos que se indican.

a. El círculo blanco tiene 3 cm de diámetro y está dentro de un octógono regular cuyos lados miden 1,24 cm.

b.



79. ¿Cuántos centímetros cuadrados ocupa la parte roja de la cara que diseñó Joaquín?

Diámetro de la cara: 3 cm.
Diámetro de cada ojo: 8 mm.
Nariz: cuadrado de 1 cm de perímetro.
Boca: 2,5 mm por 18 mm.

80. Si se duplica el radio de un círculo, ¿qué sucede con su área?

- ☐ Se mantiene igual.
- ☐ Aumenta al doble.
- ☐ Aumenta al cuádruple.
- ☐ Aumenta π veces.

Saquen una hoja

Marcá la opción correcta.

1. Hay que embaldosar un patio con baldosas cuadradas de 20 cm de lado. El patio es rectangular y mide 3 m de ancho por 12 m de largo.

I. ¿Cuántas baldosas se necesitarán?

☐ 90 ☐ 900 ☐ 9.000 ☐ 90.000

II. ¿Cuál es el perímetro del patio?

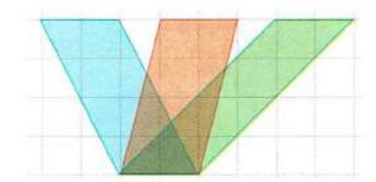
☐ 15 m ☐ 36 m ☐ 3.000 cm ☐ 30 dam

2. El área del trapecio dibujado es igual a la de un rombo cuyas diagonales miden 17 cm y 4 cm. ¿Cuánto mide la altura **h** del trapecio?

12 cm
h
5 cm

☐ 4 cm ☐ 8 cm ☐ 16 cm ☐ 17 cm

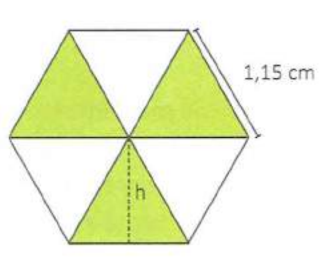
3. ¿Cuál de los paralelogramos tiene mayor área?



☐ El celeste.
☐ El verde.
☐ Ninguno, todos tienen la misma área.
☐ No se puede saber porque no hay datos.

4. ¿Cuántos centímetros cuadrados tiene la parte del hexágono regular pintada de verde, si la altura **h** mide 1 cm?

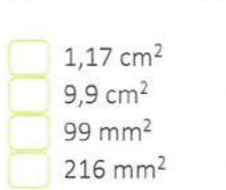
☐ $\frac{1}{3} \cdot \frac{6 \cdot 1{,}15}{2}$
☐ $\frac{3}{2} \cdot 1{,}15$
☐ $\frac{6{,}9}{2}$
☐ 10,35



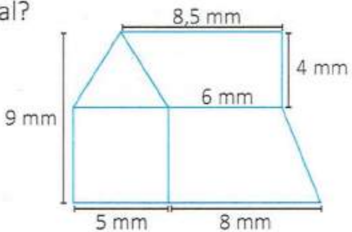
5. En el centro de un parque cuadrado de 150 m de lado hay una piscina, también cuadrada, de 25 m de largo. ¿Cuál es el área de la parte no ocupada por la pileta?

☐ 125 m^2 ☐ 500 m^2 ☐ 15.625 m^2 ☐ 21.875 m^2

6. ¿Cuál es el área total?



☐ 1,17 cm^2
☐ 9,9 cm^2
☐ 99 mm^2
☐ 216 mm^2



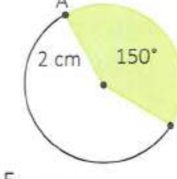
7. Se marcó un punto **t** sobre el borde de un círculo de centro **c**. Si $\overline{tc} = 7$ cm, ¿cuál es el perímetro del círculo?

☐ $7 \cdot \pi$ cm ☐ $14 \cdot \pi$ cm
☐ $21 \cdot \pi$ cm ☐ $49 \cdot \pi$ cm

8. A un cuadrado de 48 cm de perímetro se le recortaron dos semicírculos, como muestra el dibujo. ¿Cuántos centímetros cuadrados tiene la parte que quedó?

☐ $48 - 12 \cdot \pi$
☐ $48 - 36 \cdot \pi$
☐ $144 - 36 \cdot \pi$
☐ $144 - 48 \cdot \pi$

9. Observá el dibujo.



I. ¿Cuántos centímetros mide el arco verde AB?

☐ $\frac{150}{360} \cdot \pi$ ☐ $\frac{5}{12} \cdot \pi \cdot 2$
☐ $\frac{5}{3} \cdot \pi$ ☐ $2{,}61\widehat{6}$

II. ¿Cuántos centímetros cuadrados tiene el sector circular verde?

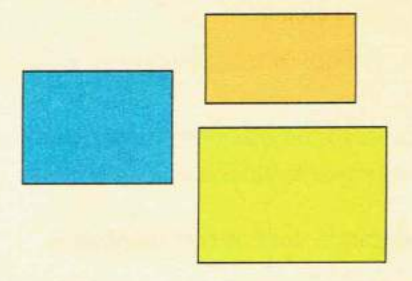
☐ $2{,}61\widehat{6}$ ☐ $\frac{5}{12} \cdot \pi$
☐ $\frac{5}{6} \cdot \pi$ ☐ $\frac{5}{3} \cdot \pi$

Controlá tus respuestas en la página 157.

Esto ya lo sabía...

1. Observá el rectángulo rojo.

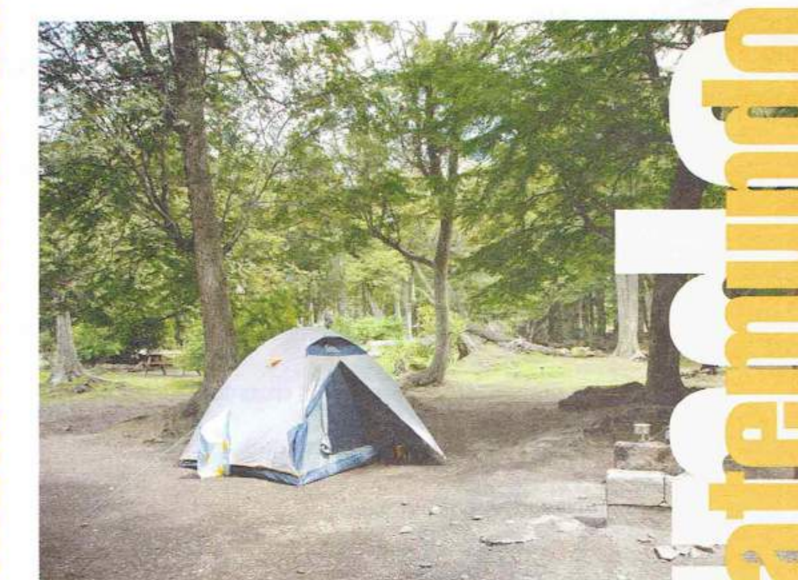
a. ¿Cuál de estos otros rectángulos tiene distinto tamaño que el rojo, pero conserva su forma?



b. ¿Cuál es el cociente entre las longitudes de los lados más largos del rectángulo rojo y del que señalaste? Trabajá en milímetros.

¿Y entre las longitudes de los lados más cortos de ambos?

c. Proponé otras medidas que podrían tener los lados del rectángulo rojo si quisieras agrandarlo sin que se deforme, y dibujalo.



Si hay una costumbre que nos identifica a los argentinos es juntarnos para hacer y comer un asado. Pero no se trata de un ritual moderno; se viene practicando en el país desde los tiempos de la Colonia, sobre todo en el campo, donde los gauchos faenaban las reses para obtener la carne.

Es el último día del campamento y los chicos decidieron hacer un asado como despedida. Fueron hasta el pueblo a comprar lo necesario, y el carnicero les dijo: "Calculen que con 2 kg de carne comen cuatro".

- ¿Cuánta carne tienen que comprar si son siete amigos? Mostrá cómo lo calculás.

- ¿Cuánta leña tienen que juntar para hacer el fuego, si se calculan 2 kg por cada kilo de carne?

Razones y proporciones

Razón

El cociente entre dos números se llama **razón**.

Razón entre 2 y 5 → $\frac{2}{5} = 0{,}4$ Razón entre 3,5 y 7 → $\frac{3{,}5}{7} = 0{,}5$

Se puede usar razones para expresar relaciones entre números.
Por ejemplo, si 3 de cada 20 alumnos de la escuela juegan al ajedrez, entonces $\frac{3}{20}$ del total juegan al ajedrez.

Proporción

La igualdad entre dos razones se llama **proporción**.

$\frac{2}{5} = 0{,}4$ y $\frac{6}{15} = 0{,}4$ → forman la proporción $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$. Se lee: "2 es a 5 como 6 es a 15".

- En toda proporción, **los productos cruzados son iguales**. → $2 \cdot 15 = 5 \cdot 6$.

  $\frac{3}{5}$ y $\frac{6}{11}$ no forman proporción porque $3 \cdot 11 \neq 5 \cdot 6$.

  La propiedad anterior se puede utilizar para hallar el valor desconocido en una proporción.

  $\frac{3}{5} = \frac{6}{x}$ → $3 \cdot x = 5 \cdot 6$ → $3 \cdot x = 30$ → $x = 30 : 3$ → $x = 10$

2. Escribí una razón que represente cada oración.

a. Dos de las siete tortas son de chocolate. →

b. Uno de cada seis alumnos nunca falta. →

c. En quince días hubo dos feriados. →

d. Cada diez caramelos hay tres bombones. →

e. La mitad del curso la integran mujeres. →

f. Hay un martes cada semana. →

3. En el turno mañana de una escuela, de cada 8 alumnos de segundo ciclo hay 5 que concurren a algún taller extraprogramático; en cambio, en el turno tarde, son siete de cada diez. ¿En cuál de los turnos hay una mayor aceptación de estos talleres? Mostrá cómo te das cuenta.

4. En la caja de alfajores de la imagen, tres son de fruta y el resto, de chocolate.

a. Expresá mediante razones los alfajores de cada tipo que hay en la caja.

b. Esas razones, ¿forman una proporción? ¿Por qué?

c. Expresá la razón entre los alfajores de fruta y los de chocolate, y completá la oración.

Razón → Por cada .... alfajores de .... hay .... de ....

5. Abajo podés observar varias razones, expresadas como fracción.

a. Uní con flechas de distintos colores las que forman una proporción.

$\frac{3}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{64}{128}$ $\frac{18}{5}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{28}{6}$

$\frac{1}{2}$ $\frac{6}{10}$ $\frac{125}{100}$ $\frac{7}{28}$ $\frac{14}{3}$ $\frac{36}{10}$

b. El número 0,5 representa una de las proporciones anteriores. ¿Cuál? ¿Qué expresiones decimales representan las demás proporciones?

6. **Hacé de profe** Hugo se equivocó al querer plantear una proporción y la expresó así: $\frac{3}{4} = \frac{8}{6}$.

a. ¿Cómo la habrías expresado vos, usando esos mismos cuatro números?

b. Fijate cómo respondieron tus compañeros. ¿Todos la expresaron de la misma forma? Planteá otras maneras de expresar esa proporción.

7. Hallá el valor desconocido en cada proporción.

a. $\frac{x}{8} = \frac{7}{4}$

c. $\frac{6}{x} = \frac{1,2}{8}$

b. $\frac{12}{25} = \frac{x}{5}$

d. $\frac{9}{3,5} = \frac{81}{x}$

8. En la pinturería, a Matías le recomiendan colocar 200 ml de entonador por cada litro de pintura. ¿Cuántos mililitros de entonador deberá utilizar en una lata de 4 litros de pintura? ¿Y si la lata fuese de medio litro?

9. Una hoja A4 para impresora tiene 210 mm de ancho y 297 mm de alto. Si quisieras recortarla de modo que te quede una copia reducida de 7 cm de ancho, ¿cuánto debería tener de alto?

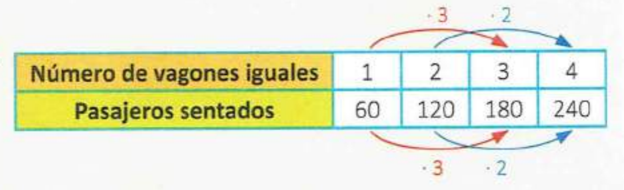
10. ¿Qué proporción le corresponde al producto cruzado $7 \cdot 8 = 2 \cdot 28$? ¿Hay una única forma de expresarla?

Proporcionalidad directa

Al doble, el doble. Al triple, el triple...

Cuando el cociente entre las cantidades que se corresponden no varía, las magnitudes que intervienen son **directamente proporcionales**.

Esa razón se llama **constante de proporcionalidad directa**. Por ejemplo, la cantidad de pasajeros sentados que puede llevar un tren es directamente proporcional al número de vagones (iguales) que tenga.



Número de vagones iguales	1	2	3	4
Pasajeros sentados	60	120	180	240

Se puede observar que: $\frac{60}{1} = \frac{120}{2} = \frac{180}{3} = \frac{240}{4} = 60$ ← constante de proporcionalidad directa
→ pasajeros sentados por vagón

En la tabla se pueden comprobar **dos propiedades** de las cantidades directamente proporcionales:

- Al doble de una cantidad le corresponde el doble de la otra; si una cantidad se triplica, su correspondiente también; si se reduce a la cuarta parte, su correspondiente también, etcétera.
  Por ese motivo se verifica, por ejemplo, esta proporción:

  $\frac{180}{120} = \frac{3}{2}$ *La razón entre dos cantidades de pasajeros sentados (180 y 120) es igual a la razón entre las cantidades correspondientes de vagones (3 y 2).*

- A la suma de dos cantidades le corresponde la suma de las cantidades correspondientes.
  Por ejemplo, en 1 + 2 = 3 vagones hay 60 + 120 = 180 pasajeros sentados.

11. Investigá si la tabla es de proporcionalidad directa. Si no lo es, corregí el o los valores que estén mal para que sí lo sea, considerando que los números de la columna gris son correctos. Luego indicá la constante de proporcionalidad entre B y A.

Cantidad A	2	6	8	10	15	20
Cantidad B	6	18	22	30	42	60

12. Los chicos del curso están organizando una fiesta para recaudar fondos, y calcularon que con un litro de gaseosa pueden llenar 5 vasos, que venderán a $10 cada uno.

a. Completá la tabla, sabiendo que las cantidades implicadas son directamente proporcionales.

Litros de gaseosa	1	2	4		
Cantidad de vasos				40	
Dinero recaudado ($)					500

b. Calculá la constante de proporcionalidad en cada uno de los siguientes casos:

- Entre cantidad de vasos y litros de gaseosa:
- Entre dinero recaudado y litros de gaseosa:
- Entre dinero recaudado y cantidad de vasos:

13. Completá cada tabla de proporcionalidad directa considerando el tipo de móvil.

a.

Cantidad de bicicletas	1	2	5	10	15
Cantidad de ruedas					

b.

Cantidad de triciclos	1	2	5	10	15
Cantidad de ruedas					

c.

Cantidad de cuatriciclos	1	2	5	10	15
Cantidad de ruedas					

Fijate bien

Recordá que si se duplican los vehículos, se duplican las ruedas, etcétera. Además, por ejemplo, si se suman las ruedas de 5 y de 10 vehículos, se obtienen las de los 15 juntos.

14. Considerá la actividad anterior.

a. Calculá la constante de proporcionalidad de cada tabla como el cociente entre la cantidad de ruedas y la de móviles.

b. **Estrategia: buscar reglas generales** ¿Qué representan esas constantes de proporcionalidad?

c. Si la constante de proporcionalidad hubiese sido 1, ¿de qué tipo de móvil se habría tratado?

15. Completá la tabla. Luego, en los casos donde hay una relación de proporcionalidad directa entre el número **n** o la primera fila y cada una de las otras filas, indicá las constantes y, en los otros, explicá por qué no la hay.

Número natural n	1	2	3	4	5
Doble de n	2				
Triple de n		6			
Cuadrado de n			9		
Cubo de n				64	

Tengo tarea

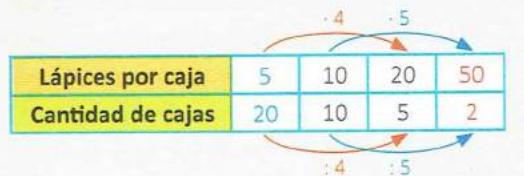
16. Las promociones 3 × 2 ("compre 3, pague 2"), ¿respetan la proporcionalidad directa? ¿Por qué?

Proporcionalidad inversa

Al doble, la mitad. Al cuádruple, la cuarta parte...

Cuando el producto entre las cantidades que se corresponden es siempre el mismo, las magnitudes que intervienen son **inversamente proporcionales**. Ese producto se llama **constante de proporcionalidad inversa**.

La tabla muestra diferentes formas de distribuir 100 lápices iguales en cajas del mismo tamaño.



Lápices por caja	5	10	20	50
Cantidad de cajas	20	10	5	2

La cantidad de cajas es inversamente proporcional al número de lápices que contiene cada una.

Se comprueba que $5 \cdot 20 = 10 \cdot 10 = 20 \cdot 5 = 50 \cdot 2 = 100$ ← constante de proporcionalidad inversa
↳ cantidad total de lápices

En la tabla se ve que al doble de una cantidad le corresponde la mitad de la otra; si una se cuadruplica, su correspondiente se divide por 4; si una cantidad se divide por 5, su correspondiente se quintuplica, etcétera.

Por ese motivo se verifica, por ejemplo, esta proporción: $\frac{5}{50} = \frac{2}{20}$

Razón entre dos cantidades de lápices (5 y 50). ←
↳ *Las cantidades de cajas correspondientes a 5 y 50, o sea, 20 y 2, se invierten para obtener una proporción.*

17. Investigá si la siguiente tabla es de proporcionalidad inversa. Si no lo es, corregí el o los valores que están mal para que sí lo sea, considerando que los de la columna gris son correctos. Luego indicá la constante de proporcionalidad entre B y A.

Cantidad A	2	4	6	10	12	20
Cantidad B	30	15	10	9	5	2

18. Para organizar un campamento hay que distribuir a 120 alumnos en varios grupos iguales.

a. Completá la tabla que indica algunas maneras de distribuir a los alumnos.

Alumnos por grupo	2	4	10		30	
Cantidad de grupos	60			6		3

b. Indicá si se trata de una proporcionalidad y, en ese caso, de qué tipo es. Justificá tu respuesta.

c. Indicá qué representa la constante de proporcionalidad y utilizala para justificar por qué se podrían armar grupos iguales de 24 alumnos, pero no de 7. Pista: podés usar el concepto de divisibilidad.

Problemas de proporcionalidad

Tres datos conocidos y otro para hallar

- Como **el cociente entre las cantidades directamente proporcionales es constante**, se puede plantear una proporción entre esas cantidades y hallar el valor desconocido.
  Por ejemplo, si 2 kg de helado costaron $160, ¿cuánto habrían costado 1 kg y medio?

  $\frac{2}{160} = \frac{1,5}{x} \rightarrow 2 \cdot x = 1,5 \cdot 160 \rightarrow 2 \cdot x = 240 \rightarrow x = 240 : 2 \rightarrow x = 120$

  Respuesta: 1,5 kg de helado habrían costado $120.

- Como **el producto entre las cantidades inversamente proporcionales es constante**, se puede plantear la igualdad entre dos de esos productos y hallar el valor desconocido.
  Por ejemplo, si 2 bombas de agua iguales llenan un tanque en 60 minutos, ¿cuánto tardarían 3 de esas bombas en llenarlo?
  $2 \cdot 60 = 3 \cdot x \rightarrow 120 = 3 \cdot x \rightarrow 120 : 3 = x \rightarrow x = 40$
  Respuesta: 3 bombas iguales tardarían 40 minutos en llenar el tanque.

19. En la rotisería de la esquina, la docena de empanadas cuesta $180.

a. ¿Cuánto costarán dos docenas de empanadas? ¿Y media docena?

b. ¿Qué tipo de proporcionalidad planteaste para resolver el ítem anterior? ¿Por qué?

c. ¿Cuál es la constante de proporcionalidad? ¿Qué representa?

20. Vamos a replantear la actividad anterior, pero ahora trabajando con empanadas individuales en vez de hacerlo con docenas de empanadas.

a. Reformulá la primera pregunta de la actividad anterior:

Si .... empanadas cuestan $180, ¿cuánto costarán .... empanadas ? ¿Y .... empanadas?

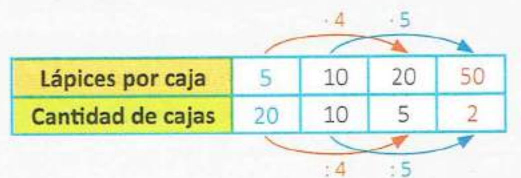
b. ¿Se obtendrán diferentes costos que en la actividad anterior? Fijate y explicá por qué sucede así.

c. ¿Cuál es el valor de la constante de proporcionalidad? ¿Qué representa ahora?

Proporcionalidad inversa

Al doble, la mitad. Al cuádruple, la cuarta parte...

Cuando el producto entre las cantidades que se corresponden es siempre el mismo, las magnitudes que intervienen son **inversamente proporcionales**. Ese producto se llama **constante de proporcionalidad inversa**.
La tabla muestra diferentes formas de distribuir 100 lápices iguales en cajas del mismo tamaño.



Lápices por caja	5	10	20	50
Cantidad de cajas	20	10	5	2

La cantidad de cajas es inversamente proporcional al número de lápices que contiene cada una.

Se comprueba que $5 \cdot 20 = 10 \cdot 10 = 20 \cdot 5 = 50 \cdot 2 = 100$ ← constante de proporcionalidad inversa
→ cantidad total de lápices

En la tabla se ve que al doble de una cantidad le corresponde la mitad de la otra; si una se cuadruplica, su correspondiente se divide por 4; si una cantidad se divide por 5, su correspondiente se quintuplica, etcétera.
Por ese motivo se verifica, por ejemplo, esta proporción: $\frac{5}{50} = \frac{2}{20}$

Razón entre dos cantidades de lápices (5 y 50). ←
→ *Las cantidades de cajas correspondientes a 5 y 50, o sea, 20 y 2, se invierten para obtener una proporción.*

17. Investigá si la siguiente tabla es de proporcionalidad inversa. Si no lo es, corregí el o los valores que están mal para que sí lo sea, considerando que los de la columna gris son correctos. Luego indicá la constante de proporcionalidad entre B y A.

Cantidad A	2	4	6	10	12	20
Cantidad B	30	15	10	9	5	2

18. Para organizar un campamento hay que distribuir a 120 alumnos en varios grupos iguales.

a. Completá la tabla que indica algunas maneras de distribuir a los alumnos.

Alumnos por grupo	2	4	10		30	
Cantidad de grupos	60			6		3

b. Indicá si se trata de una proporcionalidad y, en ese caso, de qué tipo es. Justificá tu respuesta.

c. Indicá qué representa la constante de proporcionalidad y utilizala para justificar por qué se podrían armar grupos iguales de 24 alumnos, pero no de 7. Pista: podés usar el concepto de divisibilidad.

Problemas de proporcionalidad

Tres datos conocidos y otro para hallar

- Como **el cociente entre las cantidades directamente proporcionales es constante**, se puede plantear una proporción entre esas cantidades y hallar el valor desconocido.
  Por ejemplo, si 2 kg de helado costaron \$160, ¿cuánto habrían costado 1 kg y medio?

  $\frac{2}{160} = \frac{1,5}{x} \rightarrow 2 \cdot x = 1,5 \cdot 160 \rightarrow 2 \cdot x = 240 \rightarrow x = 240 : 2 \rightarrow x = 120$

  Respuesta: 1,5 kg de helado habrían costado \$120.

- Como **el producto entre las cantidades inversamente proporcionales es constante**, se puede plantear la igualdad entre dos de esos productos y hallar el valor desconocido.
  Por ejemplo, si 2 bombas de agua iguales llenan un tanque en 60 minutos, ¿cuánto tardarían 3 de esas bombas en llenarlo?
  $2 \cdot 60 = 3 \cdot x \rightarrow 120 = 3 \cdot x \rightarrow 120 : 3 = x \rightarrow x = 40$
  Respuesta: 3 bombas iguales tardarían 40 minutos en llenar el tanque.

19. En la rotisería de la esquina, la docena de empanadas cuesta \$180.

a. ¿Cuánto costarán dos docenas de empanadas? ¿Y media docena?

b. ¿Qué tipo de proporcionalidad planteaste para resolver el ítem anterior? ¿Por qué?

c. ¿Cuál es la constante de proporcionalidad? ¿Qué representa?

20. Vamos a replantear la actividad anterior, pero ahora trabajando con empanadas individuales en vez de hacerlo con docenas de empanadas.

a. Reformulá la primera pregunta de la actividad anterior:

Si .... empanadas cuestan \$180, ¿cuánto costarán .... empanadas ? ¿Y .... empanadas?

b. ¿Se obtendrán diferentes costos que en la actividad anterior? Fijate y explicá por qué sucede así.

c. ¿Cuál es el valor de la constante de proporcionalidad? ¿Qué representa ahora?

21. Una bomba de succión tarda 12 horas en vaciar una pileta, trabajando a ritmo constante.

a. ¿Cuánto tiempo tardarán entonces 2 bombas de esas? ¿Y 3 bombas? ¿Y 4?

b. ¿Cuántas bombas de esas habría que usar si se quisiera vaciar la pileta en 2 horas? ¿Y en 1 hora?

c. Completá la tabla para mostrar cómo se relacionan los valores anteriores.

22. Varios conductores recorren 400 km a velocidad constante.

a. Completá la tabla que muestra la velocidad y la duración del viaje de cada conductor, donde la velocidad está expresada en kilómetros por hora y, la duración, en horas.

Conductor	Juan Manuel	Emerson	Lole	Niki
Velocidad (km/h)	25		80	
Duración (h)		8		4

Fijate bien

Quien va siempre a 40 km/h recorre 40 km en 1 hora, es decir que hacer 400 km le lleva 10 horas.

b. ¿Cuál es el valor de la constante de proporcionalidad? ¿Qué representa?

23. Una fábrica produce 1.800 latas de duraznos en almíbar por día y puede envasarlas de diferentes maneras.

a. ¿Cuántas cajas necesitará si cada una contiene una docena de latas? ¿Y si contuviera una decena?

b. Se envasarán las 1.800 latas en 200 cajas iguales. ¿Cuántas latas caben en cada una? ¿Y si fueran 45 cajas?

c. ¿Cuál es el valor de la constante de proporcionalidad? ¿Qué representa?

24. La pizzería del barrio vende la docena de empanadas a $200, aunque ofrece una promo de dos docenas por $350. ¿Existe proporcionalidad en esa promo? ¿Por qué?

Proporcionalidad directa y porcentaje

Cuántos de cada 100

Cuando se dice que el **97%** de los tornillos no tiene fallas significa que **97 de cada 100** tornillos están en óptimas condiciones. Es decir, $\frac{97}{100}$ del total aprobarían un test de calidad.

Si 520 alumnos de los 800 inscriptos aprobaron el examen de ingreso, ¿qué porcentaje representan? Es decir, ¿cuántos alumnos de cada 100 superaron la prueba?

Se puede resolver planteando esta proporción:

800 representa el total, o sea, el 100% $\rightarrow \frac{x}{100} = \frac{520}{800} \rightarrow x = \frac{520}{800} \cdot 100 \rightarrow x = 65\%$

Entonces, los 520 que aprobaron representan el 65%.

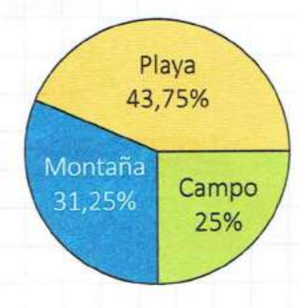
25. Si en un curso de 20 alumnos hay 12 mujeres, ¿qué porcentaje del curso representan?

26. En un paquete de 10 galletitas, el 40% es de chocolate. Indicá cuáles de los siguientes planteos te sirven para averiguar cuántas galletitas de chocolate hay, y utilizá uno de ellos para calcular el resultado.

☐ $\frac{10}{x} = \frac{40}{100}$ ☐ $\frac{x}{10} = \frac{40}{100}$ ☐ $\frac{10}{100} = \frac{x}{40}$ ☐ $\frac{10}{40} = \frac{x}{100}$

27. El 24% de los abonados a un servicio de emergencias prefiere pagar en efectivo. ¿A cuántos usuarios representa ese porcentaje, si el total de abonados es 23.525?

28. El gráfico circular muestra los porcentajes de alumnos de dos cursos que han elegido un determinado destino turístico para el viaje de egresados.



a. Si entre ambos cursos votaron 48 alumnos, ¿qué cantidad votó por cada opción?

b. Si hubieran votado también los 2 alumnos que faltaron ese día, y hubiesen elegido ir a la playa, ¿cómo se habrían modificado todos los porcentajes?

29. **Hacé de profe** Santi dice: "Si 2 de cada 5 chicos practica básquet, entonces 2 es el 100% y tengo que encontrar qué porcentaje es el total". ¿En qué falla su razonamiento? ¿Cómo lo hubieras planteado vos?

Descuentos y recargos

- Pagar con un **descuento** significa pagar **de menos**. Por ejemplo, si la cuota del club es de $300 y a Nicolás le cobran $240 porque hay una promoción, le están haciendo un descuento de $60. El **porcentaje de descuento** simboliza cuánto representan esos $60 de los $300 originales. Para calcular ese porcentaje se puede plantear:
  $\frac{x}{100} = \frac{60}{300} \rightarrow x = \frac{60}{300} \cdot 100 \rightarrow x = 20\% \rightarrow$ Le hicieron un **descuento del 20%** $\rightarrow$ **Pagó el 80%** del valor.

- Al contrario, pagar con un **recargo** o **aumento** significa pagar **de más**. Por ejemplo, en el mismo club, a Carolina le cobraron $345 de cuota por pagar fuera de término, o sea, tuvo que abonar un recargo de $45. El **porcentaje de recargo** simboliza cuánto representan esos $45 de los $300 originales. Para calcularlo se puede plantear:
  $\frac{x}{100} = \frac{45}{300} \rightarrow x = \frac{45}{300} \cdot 100 \rightarrow x = 15\% \rightarrow$ Le hicieron un **recargo del 15%** $\rightarrow$ **Pagó el 115%** del valor.

30. Susanita va al *shopping*. En una tienda encuentra el vestido que está buscando, cuyo precio de lista es $420. Si lo paga en efectivo, el precio final es $399; si lo paga con tarjeta en cuotas, el precio cambia a $462. ¿Qué porcentajes de descuento y de recargo le hacen en uno y otro caso?

31. Al llegar a la estación de servicio, Beto ve que el litro de nafta que costaba $18 ahora cuesta $18,54. Calculá qué porcentaje de aumento sufrió la nafta.

32. Estrategia: buscar reglas generales. Analizá si estos chicos tienen razón. Podés buscar ejemplos.

Lautaro "Para calcular un descuento o un recargo del 10%, primero calculo ese 10%, o sea, la décima parte, y después se lo resto o se lo sumo al precio original".

Aldana "Entonces, es lo mismo que calcular directamente el 90% o el 110% del precio original".

33. Utilizá tus conclusiones de la actividad anterior para ver cómo variaría un precio original de $200 si sufriera un descuento o un recargo del 10%. Si creés que ambos chicos tenían razón, entonces verificá que ambos métodos dan los mismos resultados.

34. Bety ganaba $3.000 de sueldo. A comienzo de año recibió un aumento del 15% y, seis meses más tarde, le aumentaron el 10% de lo que estaba cobrando. ¿Se puede afirmar que, en total, recibió un aumento del 25%? ¿Por qué?

Escalas

Representación a escala

Los mapas, los planos de las construcciones y las representaciones realistas de los seres vivos se hacen a **escala**.

En estas representaciones hay **proporcionalidad directa** entre cada longitud representada y la real. **La escala es la razón entre esas longitudes, expresadas con la misma unidad.**

Si en un plano se usa 1 cm para representar 2 m (200 cm), la escala es **E = 1 : 200** ← Se lee "escala 1 en 200".

medida en la imagen — medida real

Un plano se hizo a escala E = 1 : 50. Para averiguar cuál es el ancho de una habitación, si en el dibujo mide 7 cm, se puede plantear esta proporción:

$\frac{1}{50} = \frac{7 \text{ cm}}{x}$ → $1 \cdot x = 50 \cdot 7$ cm → $x = 350$ cm ← Como cada longitud del plano es la cincuentava parte de la medida real, para hallar la medida real basta con multiplicar por 50 la del plano.

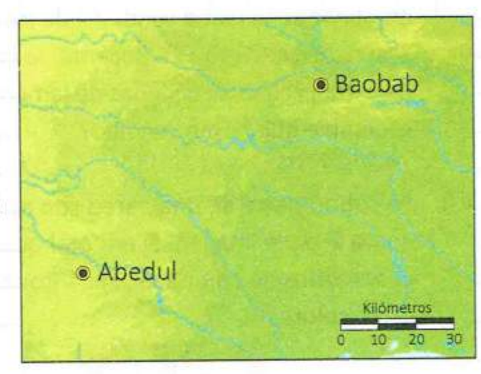
35. En un mapa hecho a escala E = 1 : 100.000, la distancia entre dos ciudades es de 2,3 cm. ¿A cuántos kilómetros está una ciudad de la otra? Recordá que 1 km = 1.000 m y que 1 m = 100 cm.

36. ¿Cuántos metros de largo tiene el camino de lajas de un jardín, cuyo dibujo a escala E = 1 : 200 mide 3,6 cm?

37. Se desea representar un automóvil de 4,5 m de largo en escala E = 1: 100. Indicá cuáles de los siguientes planteos te sirven para calcular la longitud que tendrá el auto en el dibujo y averiguá esa longitud.

☐ $\frac{1}{100} = \frac{x}{450 \text{ cm}}$ ☐ $\frac{1}{100} = \frac{450 \text{ cm}}{x}$ ☐ $x = 450 \text{ cm} \cdot 100$ ☐ $x = 450 \text{ cm} : 100$

38. Es usual que en los mapas se use un recurso gráfico para expresar su escala (se llama *escala gráfica*). En ese caso, un segmento o un pequeño rectángulo indica la longitud que representa en la realidad. En un cuento aparece el mapa que se ve al costado. Con una regla, medí la distancia que hay entre los pueblos Abedul y Baobab, y usá su escala gráfica para calcular la distancia real que los separa.



39. Una lámina tiene el dibujo de un insecto hecho a escala E = 10 : 1. Si sus antenas miden 15 mm en la realidad, ¿con qué longitud aparecen en la lámina?

Si la escala es E = 10 : 1, el tamaño de la imagen es 10 veces el real.

40. De las doce chicas del curso, ocho juegan al hockey, y de los ocho chicos del curso, seis juegan al fútbol.

a. De entre las chicas, expresá la razón de las que juegan al hockey, y de entre los chicos, expresá la razón de los que juegan al fútbol.

b. Proporcionalmente, ¿hay más chicas que juegan al hockey o más chicos que juegan al fútbol?

c. ¿Qué cambiarías para que las dos razones del ítem a estén en proporción? ¿Cambiarías el número de chicas que juegan al hockey o el de chicos que juegan al fútbol? ¿Por qué?

41. Para preparar un jugo se diluye a razón de un litro de concentrado por cada cuatro litros de agua.

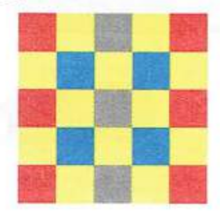
a. ¿Cuál es la razón entre litros de concentrado y litros de agua?

b. Como Valentín tenía solo una botella vacía de 2 litros, colocó un vaso de concentrado en la botella y la completó con agua.
Si en esa botella caben justo 8 de esos vasos, ¿hizo bien la dilución? ¿Cómo lo sabés?

42. Con los números 2, 3, 4 y 6 armá todas las proporciones posibles.

43. En una pizzería tienen calculado que por cada 5 empanadas de carne venden 2 de jamón y queso. Si anoche vendieron 25 docenas de empanadas de carne, ¿cuántas docenas de jamón y queso es esperable que hayan vendido?

44. Se cubrió parte de una pared con azulejos como el de la imagen. Si en total quedaron 156 cuadraditos de color azul, ¿cuántos hay de los otros colores?



45. Maricha dice que si dos fracciones son equivalentes, entonces forman una proporción. ¿Tiene razón? ¿Por qué?

46. En el quiosco de la escuela, un alfajor cuesta $5,50.

a. ¿Cuánto costará la caja entera, si trae 36 alfajores?

b. ¿Qué tipo de proporcionalidad aplicaste para responder la pregunta anterior? ¿Por qué?

c. ¿Cuál es la constante de proporcionalidad?

d. ¿Cuánto costaría un tercio de esa caja? ¿Y el cuádruple de la caja?

e. ¿Cuántos alfajores comprarías con $275?

47. Hacé cálculos mentales para determinar si los valores de la siguiente tabla están relacionados mediante una proporcionalidad directa. Si lo están, hallá la constante $\frac{y}{x}$.

x	1	2	4	6	24
y	0,5	1	2	3	12

48. Para repartir entre 50 invitados, Luli hace bolsitas iguales con 4 caramelos en cada una.

a. ¿Cuántas bolsitas habría armado con todos los caramelos si hubiese puesto 2 en cada una?

b. ¿Qué tipo de proporcionalidad hay y cuál es la constante?

c. ¿Cuántos caramelos habría en cada bolsita si hubiese la mitad de invitados y se usaran todos los caramelos?

49. Para abonar un artículo de $2.400 se ofrecen tres modalidades de pago:

- Pagar 50% del total más 12 cuotas de $120.
- Pagar el total con un descuento del 15%.
- Pagar el total en 24 cuotas iguales con 20% de recargo.

a. ¿Cuánto se termina pagando en cada caso?

b. ¿Qué descuento o recargo hay en la opción 1?

c. ¿Cuál es el valor de cada cuota en la opción 3?

50. Un biólogo fotografía bacterias de 0,003 mm que observa a través de un microscopio.

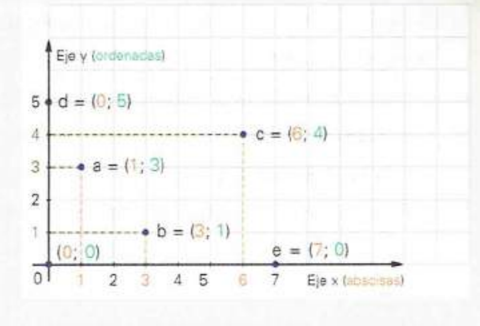
a. Calculá qué tamaño tendrán en la fotografía si la escala de la imagen es E = 15.000 : 1.

b. Un cuerpo extraño aparece en la fotografía con 3 cm de longitud. ¿Cuánto mide en la realidad?

Sistema de ejes cartesianos

Gráficos cartesianos

Para representar puntos en el plano, se puede utilizar un **sistema cartesiano** formado por dos rectas perpendiculares. La horizontal es el eje de las **abscisas** (eje x) y la vertical es el eje de las **ordenadas** (eje y). Su intersección es el punto (0; 0), llamado **origen de coordenadas**, pues sobre cada eje se marca una escala de valores que comienza con 0. Cada eje puede tener su propia escala.



Cada punto del plano está determinado por un **par ordenado** de números escritos entre paréntesis y separados por punto y coma; son sus **coordenadas cartesianas**. El primer valor es la abscisa (x) y el segundo, la ordenada (y). Es decir, a cada punto le corresponde un par ordenado de números (x; y).

51. Observá el gráfico cartesiano. Los puntos muestran la cantidad de kilómetros que caminó Alex cada día durante la última semana del mes pasado.

a. ¿Qué ordenada le corresponde a la abscisa 4?

b. ¿Qué abscisa tiene el punto de ordenada 2?

c. ¿Qué puntos tienen la misma ordenada? ¿Cómo lo interpretás en esta situación?

d. ¿Cómo interpretás las coordenadas del punto (1; 3)?

52. En el sistema cartesiano, escribí el nombre de los ejes, establecé las escalas y representá tres puntos para cada consigna. Además, escribí sus coordenadas.

a. Con azul: que estén ubicados en el eje x.

b. Con rojo: que estén ubicados en el eje y.

c. Con verde: que su abscisa y su ordenada sean iguales.

d. Con celeste: que tengan mayor abscisa que ordenada.

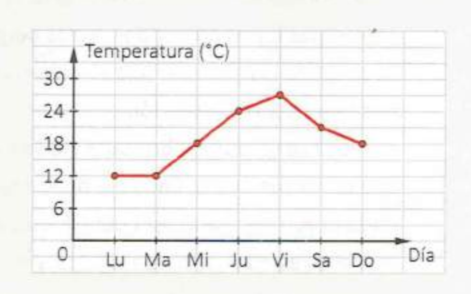
Los puntos con ordenada 0, como el (7; 0), están sobre el eje **x**. Los que tienen abscisa 0, como el (0; 5), están sobre el eje **y**.

Interpretación de gráficos cartesianos

Lectura de gráficos

Un gráfico permite interpretar con rapidez la situación que describe.

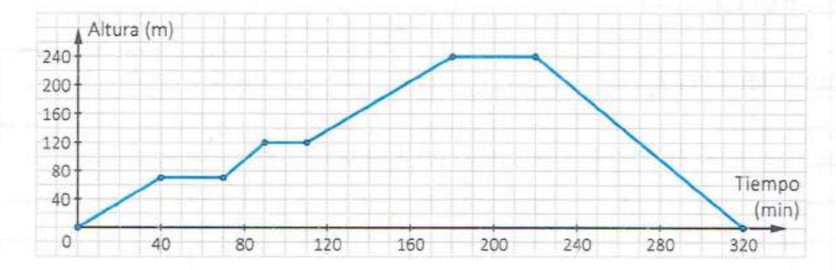
Por ejemplo, este gráfico muestra cómo varió la temperatura media en la ciudad durante la primera semana de primavera.



- Durante los primeros dos días, la temperatura media no varió. Se mantuvo en 12 °C y fue la mínima de toda la semana.
- A partir de entonces, la temperatura media fue en aumento y llegó a un valor máximo de 27 °C el día viernes.
- Desde ese momento empezó a disminuir, hasta llegar a 18 °C el domingo.

Si bien la temperatura media es un valor único de cada día, representado por un punto, en este gráfico se los puede unir con una línea que muestre cómo evolucionó a lo largo de la semana. En otras situaciones podría suceder que no tenga sentido unir los puntos del gráfico.

53. Un andinista subió a una montaña desde el Valle Encantado y luego bajó por el mismo camino. El gráfico muestra las alturas que fue alcanzando con respecto al valle, a lo largo del tiempo que duró la travesía.



a. ¿Cuál fue la altura máxima que alcanzó el andinista? ¿Y la mínima?

b. Desde que salió hasta que regresó, ¿cuántos minutos le llevó toda la travesía? ¿Cuántas horas son?

c. ¿Qué sucedió durante los primeros 40 minutos de la travesía?

¿Y en los 30 minutos siguientes?

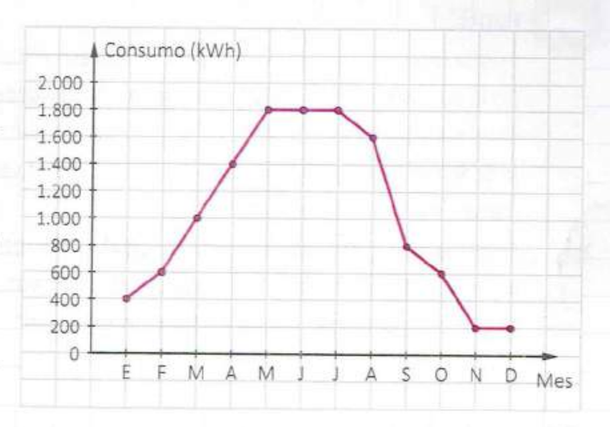
d. ¿En qué otros intervalos de tiempo el andinista estuvo ascendiendo a la montaña?

e. Suponiendo que cuando no subió ni bajó estuvo descansando, ¿cuánto tiempo descansó durante el ascenso? ¿Cómo te das cuenta?

f. ¿Cuánto tiempo permaneció en la cima antes de comenzar el descenso?

g. ¿Cuánto tardó en descender? ¿Descansó en ese trayecto?

54. El siguiente gráfico muestra el consumo eléctrico de un hogar durante todo el año pasado.



a. Completá con los meses, según corresponda.

- En el período enero - ...., el consumo fue creciendo.
- En el período ...., el consumo fue disminuyendo .
- Durante los períodos mayo- ....

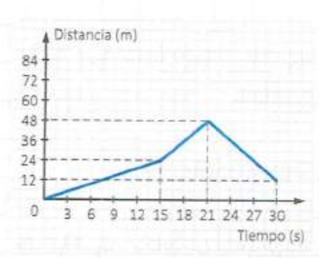
  y...
  el consumo se mantuvo con el mismo valor.

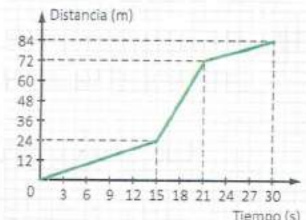
b. Completá.

- El consumo máximo fue de .... kWh y el mínimo, de .... kWh.

c. ¿Cuándo creció más rápidamente el consumo: entre enero y febrero, o entre febrero y marzo? Justificá.

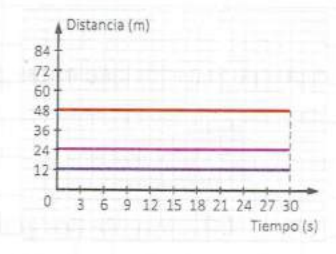
55. Los gráficos muestran la distancia al punto de partida y el tiempo de carrera de dos maratonistas. Ambos recorrieron 24 m en 15 s. A continuación, Ariel decidió aumentar su velocidad durante un tiempo y luego la disminuyó, mientras que Beto también aumentó su velocidad, pero luego de un tiempo dio la vuelta y se dirigió hacia el punto de partida.





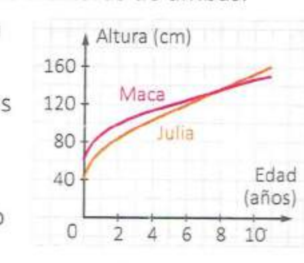
a. ¿Qué gráfico le corresponde a cada uno? Fundamentá tu respuesta.

b. ¿Cómo interpretás este gráfico que corresponde a tres corredores?



Tengo tarea

56. Los padres de Julia y Maca registraron cada año las estaturas de ambas. ¿Quién era más alta antes de los 6 años? ¿Cuándo midieron lo mismo?



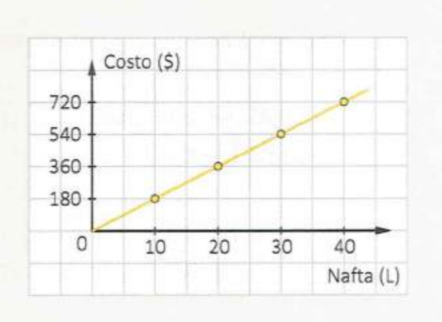
Gráficos de funciones

Función

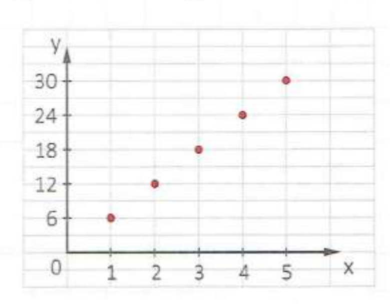
Es una relación en la que a cada valor representado en el eje de las abscisas (x) le corresponde un **único** valor del eje de las ordenadas (y).

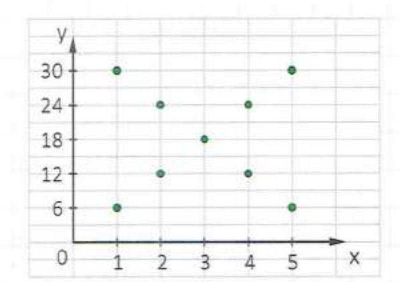
En el ejemplo se puede ver que la cantidad de nafta y el costo pueden tomar distintos valores: al variar uno, se obtiene el valor del otro, por eso se llaman **variables** de la función.

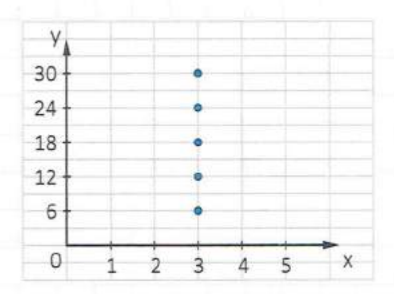
En el eje de las abscisas se ubica la **variable independiente** (en el ejemplo, es la cantidad de nafta) y en el eje de las ordenadas, la **variable dependiente** (el costo **depende** o **está en función de** la cantidad de nafta).



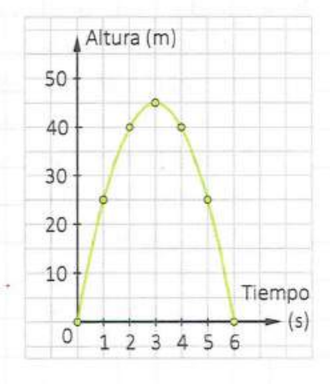
57. ¿Cuál de estos gráficos corresponde a una función? ¿Por qué los otros dos, no?







58. Al analizar el movimiento de una pelota que sube y baja, los chicos del curso realizaron el siguiente gráfico.

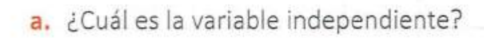


a. ¿Cuál es la variable independiente?

b. ¿Cómo interpretás el punto de abscisa 2?

¿Y el punto de abscisa 4?

c. Analizá lo que afirman estos chicos y determiná quién tiene razón y por qué.

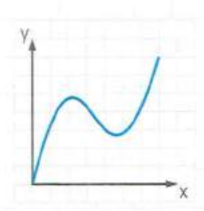


"No es una función, porque hay valores de la altura a los que les corresponden dos valores de tiempo; por ejemplo, a 25 m le corresponde 1 s y 5 s".

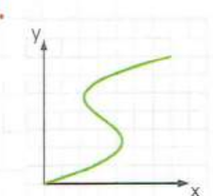
Lucía "Sí es una función, porque en cada segundo la pelota estuvo a una única altura".

59. En sintonía con las conclusiones que obtuviste en la actividad anterior, indicá cuáles de los siguientes gráficos representan funciones.

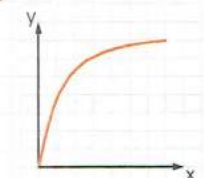
a.



b.

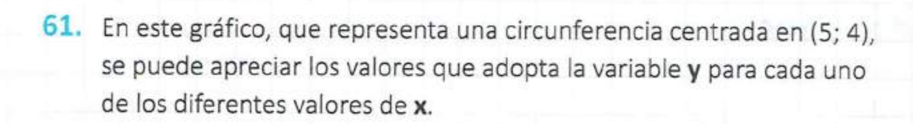


c.

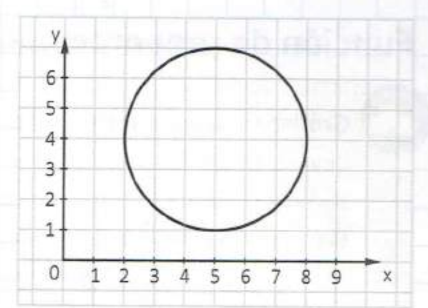


Tengo tarea

60. Inventá dos gráficos: uno debe ser el de una función y, el otro, no.



61. En este gráfico, que representa una circunferencia centrada en (5; 4), se puede apreciar los valores que adopta la variable **y** para cada uno de los diferentes valores de **x**.



a. Explicá por qué esta relación entre **x** e **y** no es una función.

b. Matías marcó con rojo la mitad superior de la circunferencia y borró la otra mitad. ¿Corresponde a una función el gráfico que le quedó? ¿Por qué?

c. Considerá la semicircunferencia que marcó Matías en el ítem anterior, e indicá los valores máximo y mínimo.

62. Imaginá un triángulo rectángulo en el que los ángulos agudos se llaman α y β.

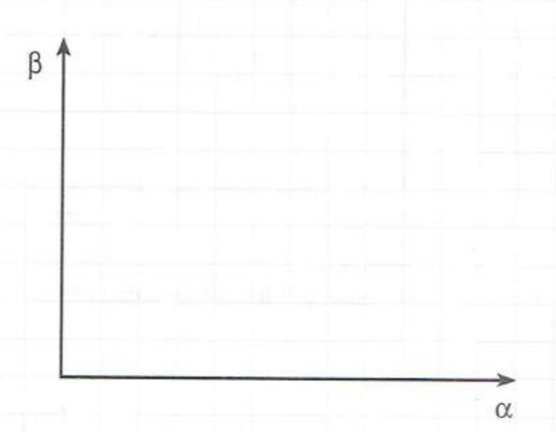
a. Completá la tabla de valores, donde α y β están expresados en grados.

α	10	20	30	40	50	60	70	80
β								

b. ¿Por qué carece de sentido considerar que α podría medir 0° o 90°?

c. Escribí los valores en los ejes y representá en el sistema cartesiano los pares (α; β) de la tabla anterior, para graficar la relación entre ambos ángulos.

¿Tiene sentido unir los puntos con una línea continua? Si es así, hacelo. De lo contrario, explicá por qué no debería hacerse.



d. A partir del gráfico, indicá qué valor le corresponde a β cuando α = 15° y cuando α = 45°. Luego comprobalo con un cálculo en cada caso.

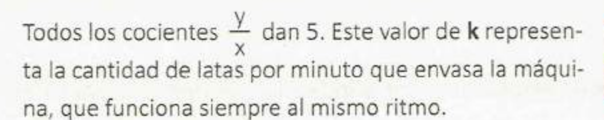
e. ¿Habría cambiado la forma del gráfico si se hubiese representado α en función de β? ¿Por qué?

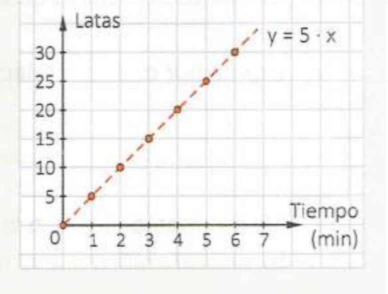
Función de proporcionalidad directa

Gráficos y proporcionalidad directa

Cuando en una función el cociente entre las cantidades que se corresponden es siempre el mismo, la función es de **proporcionalidad directa**.

El cociente o constante de proporcionalidad directa $\frac{y}{x} = k$ permite escribir:





El gráfico y la tabla muestran la cantidad de latas (**y**) que envasa una máquina en función de los minutos (**x**) que transcurren.

Todos los cocientes $\frac{y}{x}$ dan 5. Este valor de **k** representa la cantidad de latas por minuto que envasa la máquina, que funciona siempre al mismo ritmo.

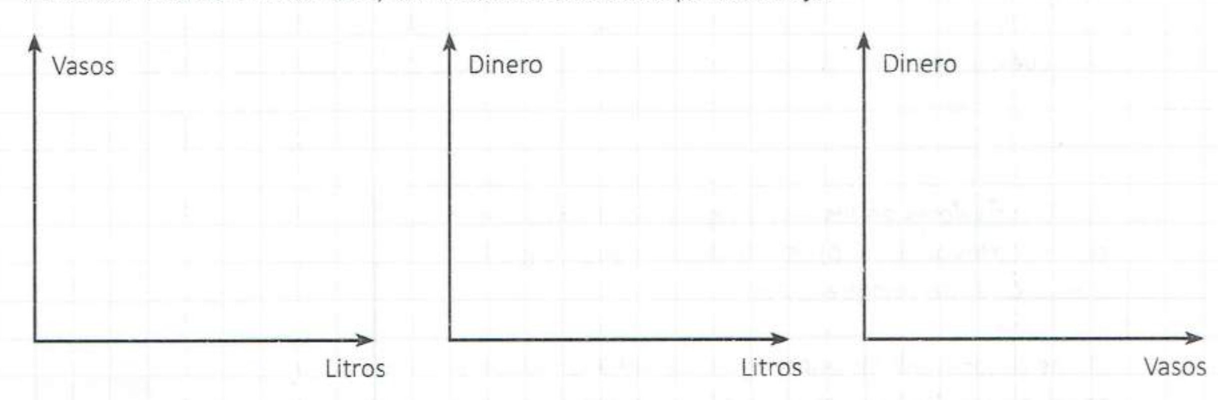
Tiempo en minutos (x)	1	2	3	4	5
Cantidad de latas (y)	5	10	15	20	25

A medida que aumenta el tiempo, también aumenta la cantidad de latas. Este incremento es uniforme, a razón de 5 latas por minuto.

El gráfico de cualquier función de proporcionalidad directa está formado por puntos pertenecientes a una **recta que pasa por el origen de coordenadas**.

63. Volvé a considerar los valores obtenidos en la actividad **12** de la página 94.

a. A partir de los datos de la tabla, marcá los puntos que corresponden en cada uno de los gráficos de proporcionalidad directa. En cada caso, usá una escala adecuada para cada eje.



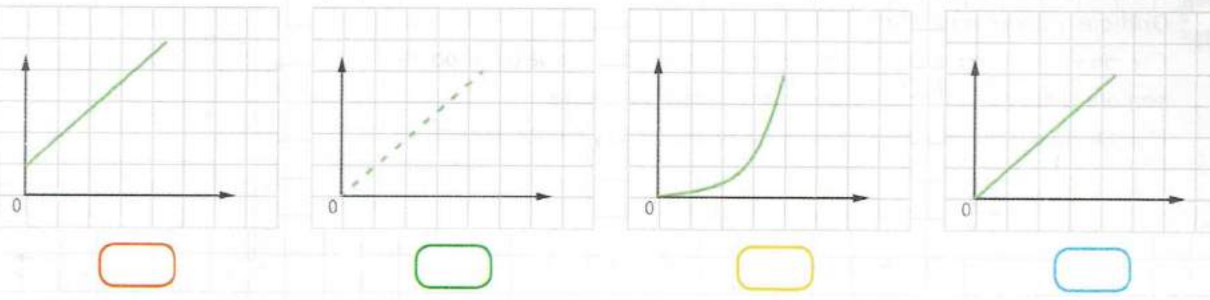
b. En estos gráficos, ¿corresponde unir los puntos con una línea continua? ¿Por qué?

c. Considerá las variables **V** (vasos), **L** (litros) y **D** (dinero), así como las constantes de proporcionalidad que averiguaste en la actividad **12**, y escribí la fórmula de cada una de las funciones.

V en función de **L**: **D** en función de **L**: **D** en función de **V**:

d. Usá esas dos primeras fórmulas para averiguar cuántos vasos y cuánto dinero generan 12 litros de gaseosa. Luego usá la tercera fórmula para corroborar que esos resultados se corresponden y marcá los nuevos puntos en los gráficos.

64. ¿Cuáles de los siguientes gráficos no representan una función de proporcionalidad directa?
Leé las justificaciones de abajo y escribí en cada casilla el número correspondiente que te hizo descartarla.



1. Porque es una recta que pasa por el origen de coordenadas.
2. Porque es una recta que no pasa por el origen de coordenadas.
3. Porque es una línea punteada.
4. Porque es una línea curva.
5. Porque solo debería haber puntos aislados y alineados.
6. Porque no puede afirmarse que hay proporcionalidad directa sin conocer los valores.

65. En una fábrica, una máquina envasa pintura trabajando a ritmo constante, como muestra el gráfico.

a. ¿Por qué puede afirmarse que la máquina trabaja a ritmo constante? Pista: pensá si en cada minuto envasa la misma cantidad.

b. A partir del gráfico, completá la tabla.

x	**Tiempo (min)**	0		2			5	
y	**Litros envasados**				13,5	18		27

c. Calculá la constante de proporcionalidad y escribí la fórmula de la función.

d. ¿Qué representa la constante de proporcionalidad? Señalá ese punto en el gráfico.

66. Considerá la función de proporcionalidad directa $y = \frac{1}{4}x$.

a. Establecé las escalas en los ejes y graficá la función.

b. Usá la fórmula para calcular:

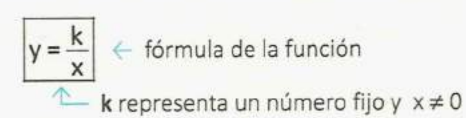
- el valor de **y** cuando x = 80 →
- el valor de **x** cuando y = 80 →

Función de proporcionalidad inversa

Gráficos y proporcionalidad inversa

Cuando en una función el producto entre las cantidades que se corresponden es siempre el mismo, la función es de **proporcionalidad inversa**.

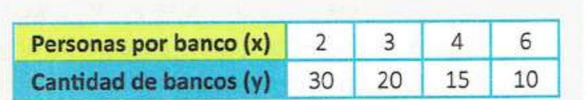
El producto o constante de proporcionalidad inversa $x \cdot y = k$ permite escribir:



$$\boxed{y = \frac{k}{x}}$$ ← fórmula de la función

k representa un número fijo y $x \neq 0$

El gráfico y la tabla muestran la cantidad de bancos (**y**) que se necesitan para ubicar a 60 personas, según cuántas personas (**x**) pueden sentarse en cada banco. Todos los productos $x \cdot y$ dan 60, pues es la cantidad total de personas a ubicar.



Personas por banco (x)	2	3	4	6
Cantidad de bancos (y)	30	20	15	10

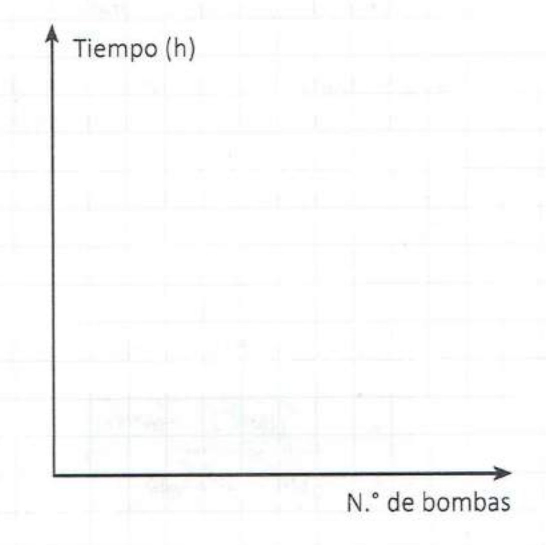
Si una variable aumenta, la otra disminuye en la misma proporción.

El gráfico de una función de proporcionalidad inversa está formado por puntos pertenecientes a una curva llamada **hipérbola**.

67. Volvé a considerar los valores obtenidos en la actividad **21** de la página 98.

a. A partir de la tabla, tomá los datos que se corresponden como si fueran pares ordenados y ubicá los puntos en el sistema cartesiano. Después unilos con una línea punteada (no puede ser una línea continua, ya que las cantidades de bombas deben ser números naturales).

b. ¿Cómo sabés que se trata de una función de proporcionalidad inversa?



c. Considerá las variables **b** (bombas) y **t** (tiempo) y escribí en el recuadro la fórmula de la función que las relaciona.

d. Usá la fórmula para calcular el valor de **t** si hay 5 bombas.

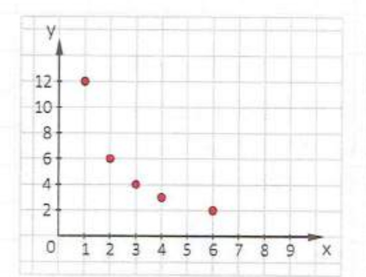
68. Si un número natural **x** es divisor de 120, entonces hay otro número natural **y** que cumple que $x \cdot y = 120$.

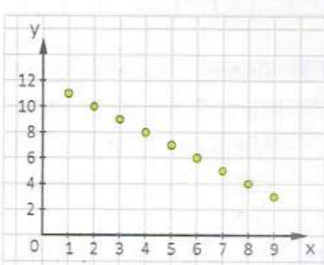
a. Expresá la relación anterior como una función de proporcionalidad inversa.

¿Cuál es la constante?

b. En tu carpeta, hacé una tabla de valores de esa función y graficala.
¿Corresponde unir los puntos del gráfico con una línea continua? ¿Por qué?

69. Como cualquier número natural, el 12 puede expresarse como suma o como producto de dos números naturales. Y en esos casos, cada par de sumandos o de factores puede representarse como un par ordenado.





a. Escribí en cada gráfico el título "SUMA 12" o "PRODUCTO 12", según corresponda.

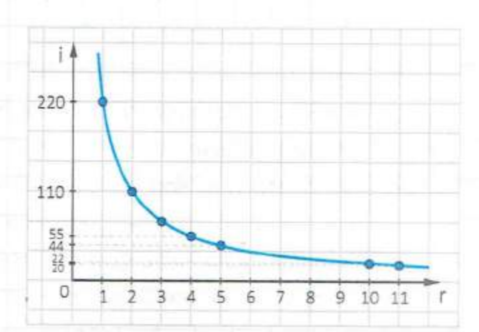
b. ¿Por qué en uno de los gráficos no hay puntos para las abscisas 5, 7, 8 ni 9?

c. Rodeá con rojo la fórmula que le asignarías al primer gráfico y, con verde, la del segundo.

$y = x + 12$ $\quad$ $y = 12 \cdot x$ $\quad$ $y = 12 - x$ $\quad$ $y = \frac{x}{12}$ $\quad$ $y = \frac{12}{x}$

d. Andy dice que ambos gráficos representan una proporcionalidad: uno inversa y, el otro, directa. Explicá si tiene razón.

70. La corriente eléctrica (**i**) que circula por un cable es inversamente proporcional a la resistencia (**r**) que presenta este, como muestra el gráfico. En él se unieron los puntos con una curva, porque tanto **r** como **i** pueden adoptar valores no naturales.



a. Completá la tabla a partir de los valores presentes en el gráfico.

r	1		4	5		
i		110			22	20

b. Considerá la constante de proporcionalidad y escribí en el recuadro la fórmula para expresar **i** en función de **r**.

c. ¿Cuánto vale **i** cuando r = 8? ¿Cuánto vale **r** cuando i = 88?

71. Considerá la función de proporcionalidad inversa $y = \frac{36}{x}$.

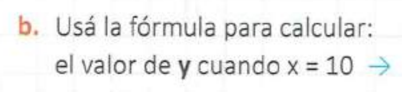
a. Graficá la función en tu carpeta. Tené presente qué escala te conviene usar en los ejes.

b. Usá la fórmula para calcular:
el valor de **y** cuando x = 10 →

el valor de **x** cuando y = 360 →

Tengo tarea

72. La función de proporcionalidad $y = \frac{1}{2x}$, ¿es directa o inversa? ¿Cómo te das cuenta?

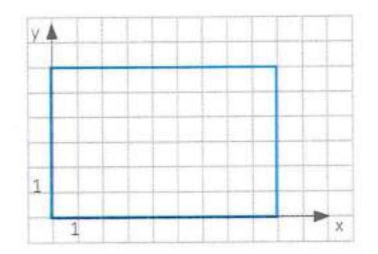


73. Representá los siguientes puntos en un sistema cartesiano: (1; 3), (4; 2), (0; 5), (3; 6) y $\left(\frac{1}{2}; 4\right)$. Luego, intercambiá abscisa por ordenada en cada uno y representalos con otro color.

74. En cada caso, escribí tres puntos que cumplan lo pedido. Luego, representalos gráficamente.

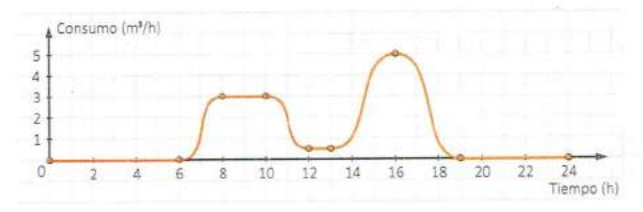
a. La abscisa es el doble que la ordenada.
b. La ordenada es el triple que la abscisa.
c. La suma de la abscisa y la ordenada es 10.
d. El producto entre abscisa y ordenada es 0.

75. Observá el siguiente rectángulo.



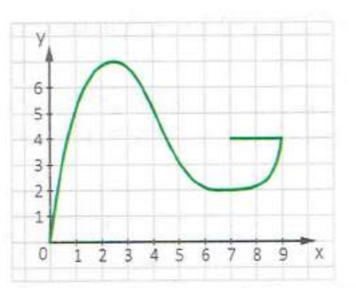
a. Mencioná las coordenadas de sus vértices.
b. Trazá sus diagonales y escribí el par ordenado donde se cruzan.
c. ¿Es cierto que con las coordenadas del vértice superior derecho podría hallarse el área del rectángulo? ¿De qué manera?
Si vas a hacerlo en GeoGebra, usá los botones **Polígono**, **Segmento**, **Intersección** y **Área**.

76. El gráfico muestra el consumo de gas de una estufa en una oficina.



a. ¿En qué horarios estuvo apagada la estufa?
b. Mientras estuvo prendida, ¿en qué intervalos el consumo fue constante, o sea, no varió?
c. ¿Cuál fue el consumo máximo del día? ¿A qué hora se registró?
d. ¿Cómo fue el consumo entre las 10 y las 12 hs?

77. Explicá por qué el siguiente gráfico no representa una función e indicá qué le agregarías o qué le quitarías para que sí lo sea.



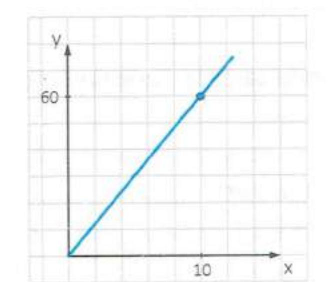
78. Un automóvil consume 8 litros de nafta por cada 100 km que recorre.

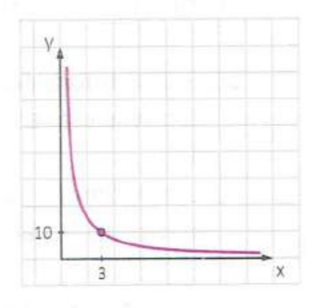
a. Indicá si la relación entre litros consumidos y kilómetros recorridos es una función de proporcionalidad directa o inversa. Justificalo.
b. ¿Cuántos litros por kilómetro consume el auto?
c. ¿Qué relación hay entre el valor averiguado en el ítem **b** y la constante de proporcionalidad?
d. Hallá la fórmula que relaciona ambas variables y hacé un gráfico del consumo en función de los kilómetros recorridos. No olvides rotular los ejes.

79. Considerá rectángulos de 240 cm² de área.

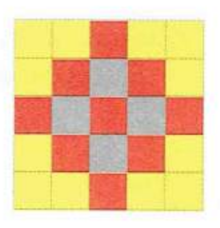
a. Indicá si la relación entre las longitudes de la base y de la altura es una función de proporcionalidad directa o inversa. Justificalo.
b. Hallá la constante de proporcionalidad. ¿Qué representa con respecto al rectángulo?
c. Hallá la fórmula que relaciona ambas longitudes y hacé un gráfico de la función.

80. Estrategia: plantear una ecuación. Los gráficos corresponden a funciones de proporcionalidad. Hallá la constante y la fórmula de cada una, y usalas para hallar **y** cuando x = 100.





81. Observá el azulejo.



a. Planteá las diferentes razones que se obtienen comparando entre sí cuadraditos de cada color y también con los cuadraditos totales.

b. ¿Forman proporción algunas?

82. Un carpintero debe cortar tablones en los que la razón entre el largo y el ancho sea cinco medios.

a. ¿De cuánto será el largo de un tablón de 15 cm de ancho?

b. ¿Cuán ancho será un tablón de 1,20 m de largo?

c. Explicá por qué un tablón de 48 cm × 18 cm no cumple con lo pedido y cómo se lo podría serruchar para que sí cumpla.

83. Cuatro quintos de los alumnos del curso A van a ir al próximo viaje de estudios.

a. Averiguá cuántos alumnos hay en ese curso si los que viajarán son 16.

b. En el curso B viajarán menos alumnos, pero están en proporción con los del A. Sabiendo que el curso B tiene 15 alumnos, ¿cuántos viajarán?

84. Para hacer un "buen choco", Mimí dice que hay que colocar 600 g de chocolate amargo por cada 400 g de chocolate dulce. Si le hacemos caso a Mimí y queremos hacer 2 kilos y medio de ese "buen choco", ¿cuántos gramos de cada tipo de chocolate tenemos que poner?

85. En un pueblo de la provincia, 7 de cada 10 habitantes miran habitualmente la TV digital gratuita. En el pueblo vecino, tres cuartos de los habitantes hacen lo mismo. ¿En cuál de los pueblos tiene más aceptación la TV digital? Justificá tu respuesta.

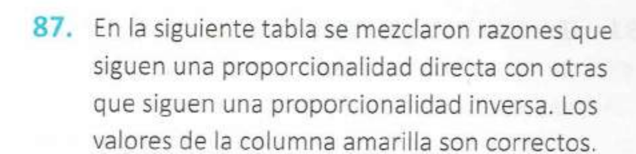
86. Un automóvil se desplaza por una ruta a una velocidad constante de 80 km/h.

a. ¿Cuántos kilómetros recorre en 30 minutos? ¿Y en 6 minutos?

b. ¿Cuánto tarda en recorrer 120 km? ¿Y 240?

c. ¿Qué tipo de proporcionalidad hay? ¿Qué representa la constante?

87. En la siguiente tabla se mezclaron razones que siguen una proporcionalidad directa con otras que siguen una proporcionalidad inversa. Los valores de la columna amarilla son correctos.



x	1	2	3	4	6	8
y	24	12	72	6	144	3

a. Considerá la proporcionalidad como directa y corregí los valores de la tabla para que se cumpla en todos los casos.

b. Ahora corregí los valores de la tabla para que se cumpla la proporcionalidad inversa.

c. Si x = 12, calculá el valor de **y** para cada una de las dos proporcionalidades.

88. Una empresa embotella 12.000 litros diarios de gaseosa. Según los operarios disponibles, se puede programar la máquina para que el trabajo demande desde 6 hasta 12 horas.

a. ¿Cuántos litros se embotellan por hora en la opción más lenta? ¿Y en la más rápida?

b. ¿Cuánto demoraría el trabajo si se embotellaran 1.500 litros por hora?

c. ¿De qué tipo de proporcionalidad se trata?

d. ¿Cuánto vale la constante de proporcionalidad? ¿Qué representa?

89. En un caso de proporcionalidad, a la cantidad 8 le corresponde la cantidad 6, mientras que si 8 se incrementa hasta llegar a 40, le corresponde el valor desconocido **x**.

a. Averiguá cuánto vale **x** si la proporcionalidad es directa.

b. Hallá ahora **x** si la proporcionalidad es inversa.

90. Un edificio tiene 4 departamentos iguales por piso. Se sabe que tres pintores pueden pintar uno de esos departamentos en un día. Para responder, considerá que todos los pintores trabajan al mismo ritmo.

a. ¿Cuántos días les llevará a esos pintores pintar un piso entero?

b. Si se duplicara el número de pintores, ¿en cuántos días pintarían un piso entero?

c. ¿Cuántos pintores harían falta para pintar un piso por día?

Repaso todo

91. Un sobre de 3 g de polvo para preparar gelatina contiene 0,6 g de carbohidratos. Con ese sobre se puede preparar 120 g de gelatina.

a. ¿Qué porcentaje de carbohidratos contiene el sobre? ¿Y el preparado total?

b. Si la gelatina se prepara agregando agua a todo el polvo del sobre, ¿qué porcentaje de agua contendrá el preparado?

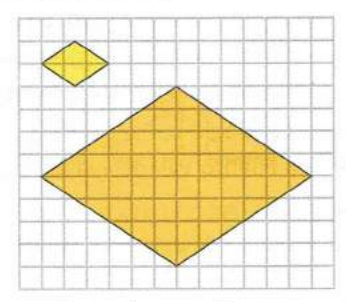
92. Con respecto a la actividad **85** de la página 113, ¿qué porcentaje de los habitantes de cada pueblo miran habitualmente la TV digital?

93. Al comprar un medicamento de $180 con el carnet de la obra social se consigue un descuento del 20%. Además, la farmacia del barrio ofrece un descuento del 15% sobre la cifra que resulte del primer descuento.

a. ¿Cuánto se pagaría luego de cada descuento?

b. ¿Es cierto que se obtiene un descuento total del 35%? Si es así, demostralo; en caso contrario, calculá qué porcentaje total de descuento se consigue.

94. Se amplió la figura pequeña en forma proporcional hasta obtener la figura grande, como muestra el esquema.

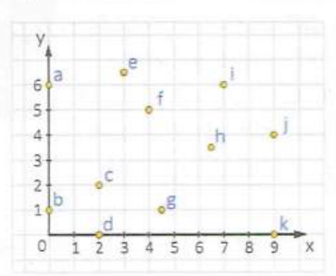


a. ¿En qué escala quedó representada la ampliación? Ayudate observando la diagonal mayor de cada figura.

b. ¿Cómo habría cambiado tu respuesta anterior si el original hubiese sido la figura grande y se hubiera hecho una reducción?

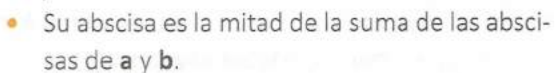
c. ¿Qué porcentaje de aumento sufrieron las longitudes iniciales? Tené en cuenta que si una cantidad se duplica, significa que aumenta un 100%; si se triplica, aumenta un 200%, etcétera.

95. Escribí las coordenadas de cada uno de los puntos representados.

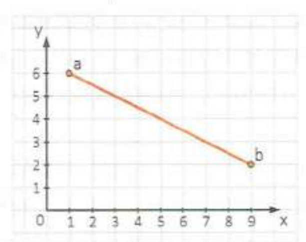


96. En un sistema cartesiano, representá un triángulo isósceles de modo que uno de sus vértices coincida con el origen de coordenadas y escribí las coordenadas de los otros vértices.

97. A partir del segmento $\overline{ab}$ obtené y representá un punto **c** con estas características:

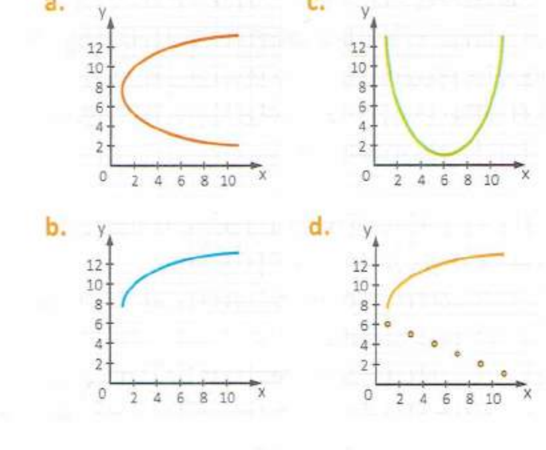


- Su abscisa es la mitad de la suma de las abscisas de **a** y **b**.
- Su ordenada es la mitad de la suma de las ordenadas de **a** y **b**.

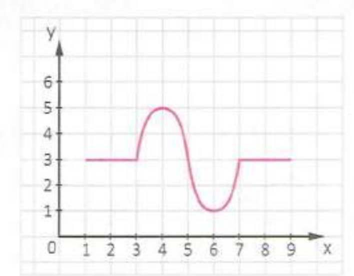


¿Qué representa el punto **c** con respecto al segmento $\overline{ab}$?

98. ¿Cuáles de los siguientes gráficos no representan funciones? ¿Por qué?

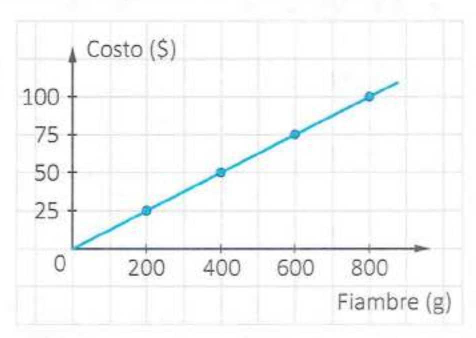


99. Observá el siguiente gráfico y señalá las afirmaciones correctas.



- ☐ No puede ser el gráfico de una función.
- ☐ Tiene un mínimo de 1 en x = 6.
- ☐ Tiene un máximo de 5 en x = 4.
- ☐ No aumenta ni disminuye para **x** entre 1 y 3.
- ☐ Va creciendo para **x** mayores que 7.
- ☐ Va disminuyendo para **x** entre 4 y 6.
- ☐ La variable dependiente varía de 1 a 5.

100. Observá el gráfico de una función.

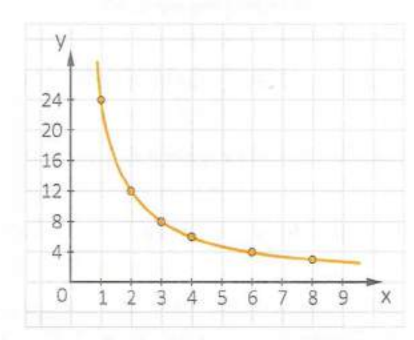


a. ¿Cuáles son las variables? ¿Cuál es la dependiente y cuál, la independiente?
b. ¿Se puede afirmar que hay proporcionalidad? ¿De qué tipo?
c. ¿Es cierto que 150 g de fiambre cuestan más de $25? ¿Cómo lo sabés?
d. Utilizando los datos del gráfico, calculá de dos formas distintas el precio de 1 kg de fiambre.
e. Prolongá la recta graficada para corroborar que efectivamente 1 kg cuesta lo calculado en **d**.
f. Sugerí una fórmula que relacione el precio con los gramos de fiambre y utilizala para corroborar por otra vía el precio de 1 kg.
g. Empleá la fórmula anterior para saber cuánto fiambre podrías comprar con $200.

101. Considerá la actividad **86** de la página 113.
a. Hallá la fórmula que relaciona los kilómetros recorridos (**d**) con el tiempo de viaje en horas (**t**).
b. Graficá la relación entre **d** y **t** utilizando los valores calculados en los ítems **a** y **b** de la actividad **86**.
c. ¿Qué sucede cuando t = 0? ¿Cómo se interpreta ese resultado, desde el punto de vista del automovilista?

102. En esta actividad analizarás cómo se relacionan los puntos (1; 60), (2; 30), (3; 20), (4; 15), (5; 12), (6; 10), (10; 6), (12; 5), (15; 4), (20; 3), (30; 2) y (60; 1).
a. Para eso, en una hoja cuadriculada dibujá un sistema cartesiano y representá esos puntos. Usá una escala adecuada; por ejemplo, el lado de 1 cuadradito = 2 unidades.
b. ¿Te sugiere algo la forma del gráfico? ¿Algún tipo de proporcionalidad? ¿Cuál?
c. Escribí una fórmula que relacione las coordenadas de esos puntos.

103. Observá el gráfico de una función.



a. ¿Qué tipo de proporcionalidad representa?
b. Hallá la constante de proporcionalidad y la fórmula que relaciona **x** e **y**.
c. Usá la fórmula para hallar las ordenadas de los puntos de abscisas 4 y 8. Marcá esas ordenadas en el eje correspondiente.
d. Ana dice que se podían descubrir las ordenadas anteriores con tan solo mirar los otros puntos del gráfico. ¿De qué forma?
e. Usando el método de Ana, determiná cuánto vale la variable **y** cuando x = 24, y cuánto vale **x** si y = 2.

Saquen una hoja

Marcá la opción correcta.

1. ¿Cuál de las razones es 0,25?

☐ $\frac{100}{25}$ ☐ $\frac{0,1}{0,4}$ ☐ $\frac{2}{5}$ ☐ $\frac{4}{1}$

2. Indicá en qué caso x = 3 es el valor desconocido de la proporción.

☐ $\frac{5}{3} = \frac{x}{5}$ ☐ $\frac{6}{x} = \frac{1}{2}$

☐ $\frac{10}{6} = \frac{5}{x}$ ☐ $\frac{x}{9} = \frac{3}{1}$

3. Elegí el valor apropiado de **A** para que la tabla exprese una proporcionalidad directa.

x	4	8	40	48	64
y	1	2	A	12	16

☐ 0,1 ☐ 4 ☐ 10 ☐ 160

4. Señalá la afirmación correcta acerca de la tabla.

x	1	2	3	4	5
y	5	4	3	2	1

☐ Representa una proporcionalidad directa.

☐ Representa una proporcionalidad inversa.

☐ No representa proporcionalidad.

☐ Ninguna de las anteriores.

5. Si un artículo que costaba \$800 se lo paga en 12 cuotas de \$80, entonces:

☐ Se le aplicó un descuento del 20%.

☐ Se le aplicó un recargo del 12%.

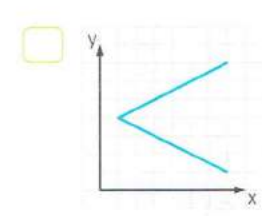
☐ Se le aplicó un recargo del 20%.

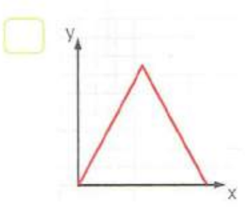
☐ No se le aplicó descuento ni recargo.

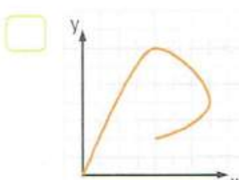
6. Un insecto de 3 mm de largo aparece en una fotografía con un tamaño de 3 cm. La escala es:

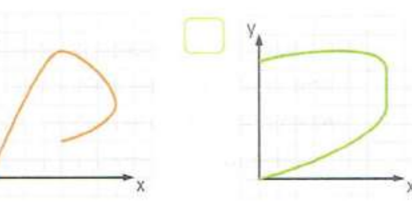
☐ 1 : 1 ☐ 3 : 3 ☐ 1: 100 ☐ 10 : 1

7. ¿Cuál de estos gráficos es el de una función?

☐ 

☐ 

☐ 

☐ 

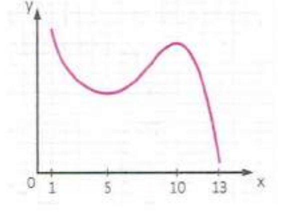
8. ¿Para qué abscisas aumenta la variable **y** a medida que aumenta la variable **x**?

☐ Para **x** entre 1 y 5.

☐ Para **x** entre 5 y 10.

☐ Para **x** entre 10 y 13.

☐ Para **x** entre 5 y 13.



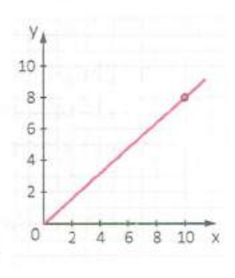
9. Señalá los datos correctos según el gráfico.

☐ k = 0,5. Si x = 5 → y = 10.

☐ k = 0,8. Si x = 5 → y = 4.

☐ k = 1,25. Si x = 4 → y = 5.

☐ k = 1,25. Si x = 10 → y = 8.



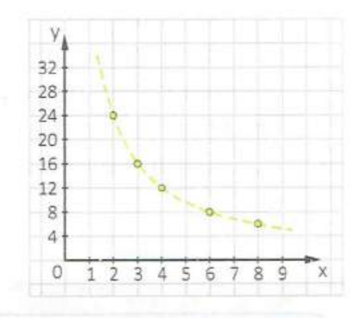
10. ¿A qué función de proporcionalidad corresponde el siguiente gráfico?

☐ y = 12x

☐ $y = \frac{1}{12x}$

☐ $y = \frac{x}{48}$

☐ $y = \frac{48}{x}$

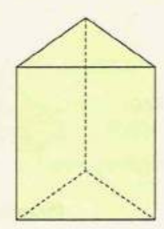


Controlá tus respuestas en la página 158.

Esto ya lo sabía...

1. Observá los cuerpos geométricos dibujados y completá las cantidades.

a.

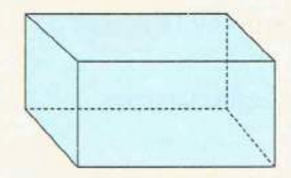


Caras: ......

Aristas (lados de las caras): ......

Vértices: ......

b.

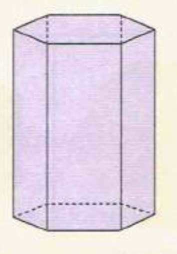


Caras: ......

Aristas: ......

Vértices: ......

c.



Caras: ......

Aristas: ......

Vértices: ......

Jardín Botánico, Puerto de la Cruz, Tenerife.

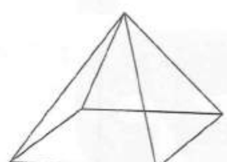
Los jardines botánicos se caracterizan por mostrar colecciones científicas de plantas locales o exóticas, que se cultivan para su conservación o su investigación, y también como protección de las especies en riesgo de extinción.

El de Buenos Aires se inauguró en 1898 y lleva el nombre de Carlos Thays, quien lo proyectó y diseñó. También investigó métodos de germinación de las semillas y redescubrió el sistema de germinación de la yerba mate.

En el Royal Botanic Gardens de Sydney, Australia, hay un invernadero de cristal con forma de pirámide, que contiene plantas raras y otras en peligro de extinción. La forma del invernadero se puede ver con claridad en el dibujo que acompaña la foto.

J Bar

Pyramid Glasshouse, Royal Botanic Gardens, Sydney, Australia.



- Observá el poliedro dibujado y completá.

Caras: ...... Aristas: ...... Vértices: ......

Matemundo

Cuerpos geométricos

Poliedros

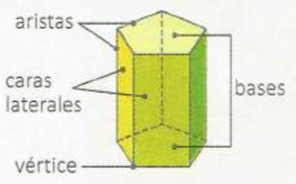
Las caras de estos cuerpos geométricos son polígonos.

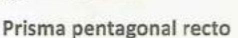
Prismas

Tienen dos **bases** iguales y paralelas. Su forma le da nombre al cuerpo. Sus **caras laterales** son paralelogramos. Si todas ellas son rectángulos, el prisma es recto.

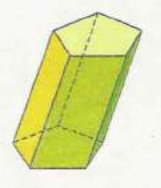
Pirámides

Tienen una **base** cuya forma le da nombre al cuerpo. Sus **caras laterales** son triangulares y concurren en un vértice llamado cúspide. Si son triángulos isósceles, la pirámide es recta.





Prisma pentagonal recto



Prisma oblicuo

Pirámide pentagonal recta

Pirámide oblicua

En este capítulo se trabajará con prismas y pirámides rectos.

2. Estrategia: hacer un dibujo esquemático Completá los enunciados.

a. Un prisma .... tiene 7 caras laterales, 21 aristas y .... vértices.

b. Una pirámide .... tiene 8 caras laterales, ... vértices y 16 aristas.

c. Un prisma .... tiene 16 vértices, 24 aristas y .... caras laterales.

d. Una pirámide .... tiene 8 vértices, ... aristas y 7 caras laterales.

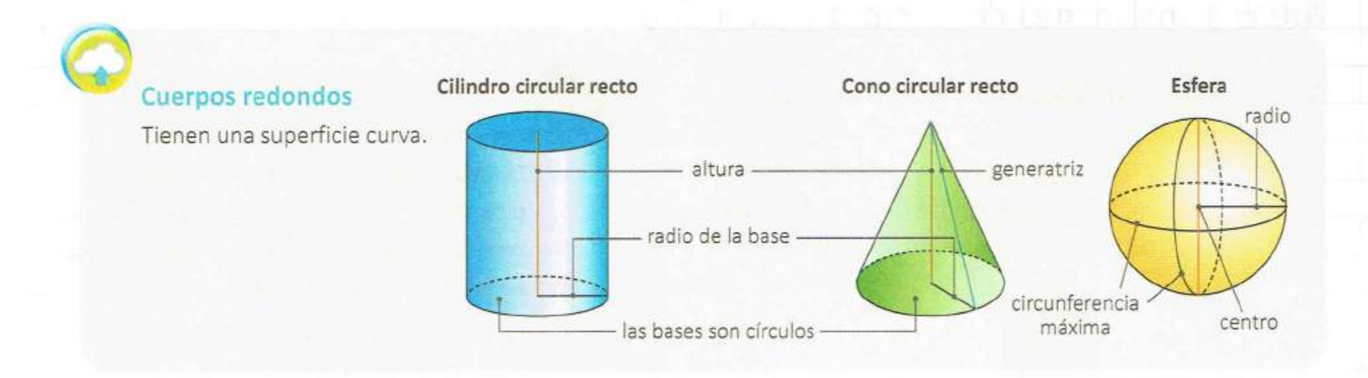
3. En todos los poliedros convexos (sin huecos), **la suma de la cantidad total de caras y vértices es igual al número de aristas más 2**. Esta fórmula se le atribuye al matemático suizo Leonard Euler y lleva su nombre.

C + V = A + 2 ← Fórmula de Euler

Si todas las caras de un poliedro son polígonos regulares iguales y en cada vértice concurre el mismo número de caras, es un **poliedro regular**. Existen solo 5 poliedros regulares. Completá la tabla referida a ellos.

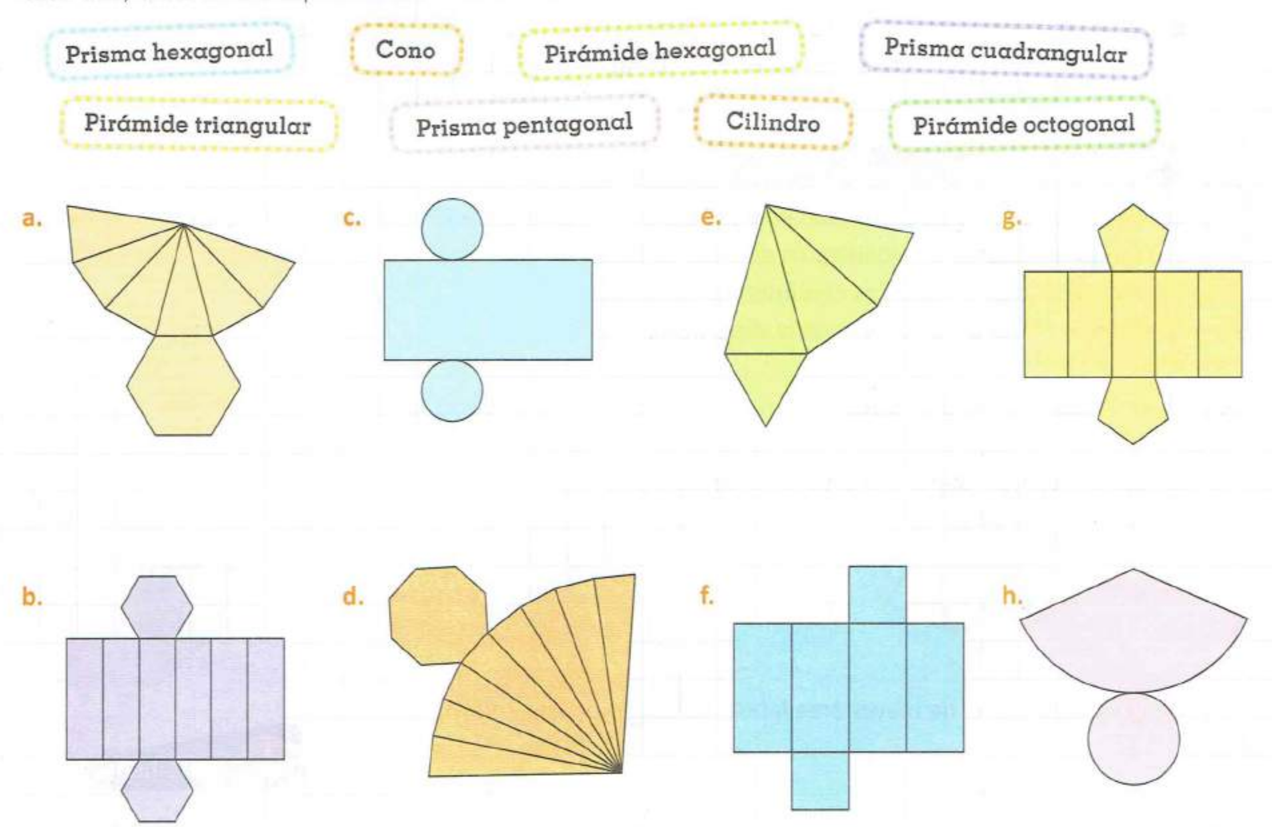
Poliedros regulares	Tetraedro	Hexaedro	Octaedro	Dodecaedro	Icosaedro
Caras	4		8	12	20
Vértices					12
Aristas				30	

4. ¿Con qué otro nombre conocés el hexaedro regular?



5. Cada plantilla o desarrollo plano dibujado permite armar un poliedro o un cuerpo redondo. Ubicá, debajo de cada uno, el cartel correspondiente.

Prisma hexagonal | **Cono** | **Pirámide hexagonal** | **Prisma cuadrangular** | **Pirámide triangular** | **Prisma pentagonal** | **Cilindro** | **Pirámide octogonal**



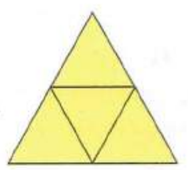
6. Observá el desarrollo del cilindro de la actividad anterior.

a. ¿Cómo es la longitud de la circunferencia de la base con respecto a la longitud del lado mayor del rectángulo?

Menor Igual ☐ Mayor

b. ¿Con qué elemento del cilindro coincide la longitud del lado menor del rectángulo en esa plantilla?

7. ¿A qué poliedro regular corresponde esta plantilla? ¿Qué forma tienen sus caras?



Áreas y volúmenes de prismas y pirámides

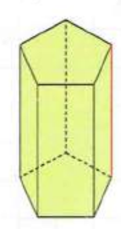
8. Calculá el área lateral y el área total de cada uno de estos prismas.

Área lateral y área total

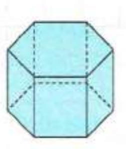
El **área lateral** (A_L) de cualquier prisma o pirámide es la suma de las áreas de todas sus caras laterales. Para calcular el **área total** (A_T) se suman las áreas de todas sus caras.

En la página 160 están las fórmulas de las áreas de los cuerpos.

a. Bases regulares de 6 cm de lado y 4,13 cm de apotema. Altura, señalada con rojo, de 14 cm.



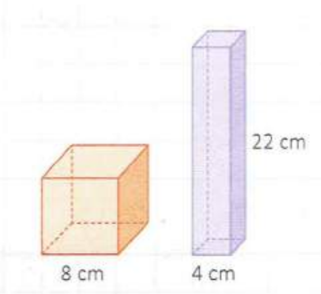
b. Altura del prisma hexagonal: 8 cm.
Bases regulares de 7 cm de lado y 6,06 cm de apotema.



9. Estrategia: hacer un dibujo esquemático. Carolina construyó un prisma de cartón de 9 cm de altura. Sus bases son triángulos equiláteros de 5 cm de lado y 4,33 cm de altura. ¿Cuántos centímetros cuadrados tendrá que pintar para cubrir toda la superficie?

10. Observá los prismas dibujados.

a. Calculá el área lateral y el área total de cada uno.

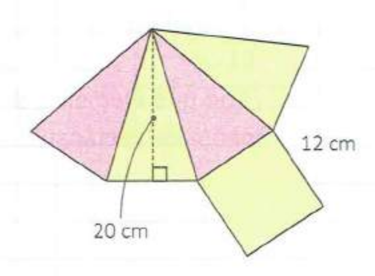


b. ¿Es cierto que el de mayor área lateral tiene mayor área total?

Fijate bien

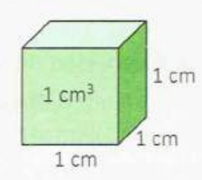
11. Se construyó una pirámide cuya base es un octógono regular de 8 cm de lado y 9,66 cm de apotema. Si la apotema de la pirámide mide 15 cm, ¿cuáles son su área lateral y su área total?

12. Vero está preparando envases con tapa cuadrada para llenar con pochoclos el día de la primavera. ¿Cuántos centímetros cuadrados de cartón lleva cada molde, como mínimo, de acuerdo con el dibujo? ¿Y si no le coloca tapa?

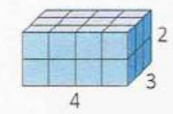


Volumen

El volumen de un cuerpo es lo que mide el espacio que ocupa.
Un cubo de 1 cm de arista ocupa un volumen de **1 cm³** (un centímetro cúbico).

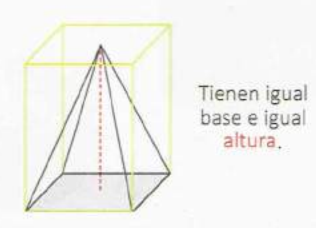


El prisma formado tiene $4 \cdot 3 = 12$ cubitos en la base y 2 cubitos de altura → son 24 cubitos.
Si cada cubito tiene 1 cm de arista, el volumen del prisma es de 24 cm³.

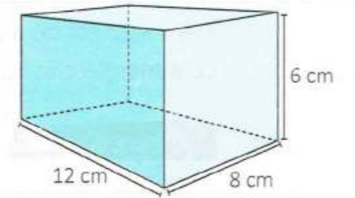


Volumen de un prisma: se calcula el **área de la base** y se la multiplica **por la altura del cuerpo**.

Volumen de una pirámide: tres pirámides como la dibujada ocupan el mismo volumen que el prisma. Por eso, para calcular el volumen de una pirámide, el **área de la base** se multiplica **por la altura del cuerpo y se divide por 3**.
En la página 160 están las fórmulas de los volúmenes de los prismas y las pirámides.

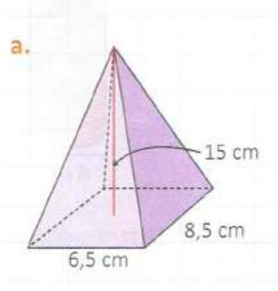


13. ¿Cuántos cubitos de 1 cm de arista hacen falta para armar un prisma que tenga las medidas indicadas en el dibujo?

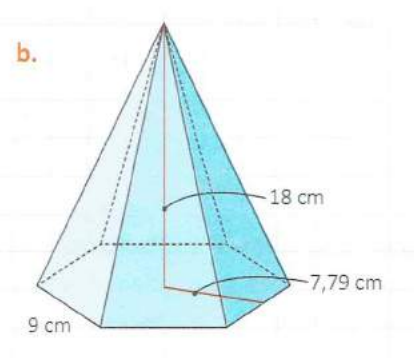


14. Calculá cuántos centímetros cúbicos ocupa cada pirámide.

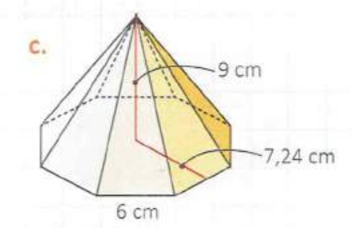
a.



b.



c.



15. ¿Qué altura debe tener un prisma para que su volumen sea de 216,5 cm³, si las bases son triángulos equiláteros de 15 cm de perímetro y 4,33 cm de altura?

16. Estrategia: buscar ejemplos. Fiona afirma que si se duplica la longitud de la arista de un cubo, el volumen también se duplica. ¿Tiene razón?

Tengo tarea

17. El área lateral de un prisma de base cuadrada es de 224 cm². Si la altura del prisma mide 8 cm, ¿cuál es el volumen?

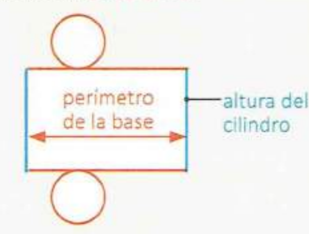
18. La base de una pirámide es un cuadrado de 4 cm de lado. Si la altura del cuerpo equivale a 3 cuartos del perímetro de la base, ¿cuál es su volumen?

Área del cilindro. Volúmenes de cuerpos redondos

19. ¿Qué cantidad de material se utiliza, como mínimo, para fabricar una lata de tomates cilíndrica de 9,5 cm de altura con bases de 7 cm de diámetro?

Área lateral y área total del cilindro

Para hallar el **área lateral** se multiplica el perímetro de la base por la altura del cuerpo; si se le suman las áreas de las dos bases, se obtiene el **área total**.



En la página 160 están las fórmulas de las áreas de los cuerpos.

20. Gus está pegando papel adhesivo sobre unos tubos cilíndricos de cartón (los que vienen dentro de los rollos de papel de cocina). Tienen 22 cm de altura y bases de 2,5 cm de radio. ¿Cuántos centímetros cuadrados deberá cubrir en cada uno?

21. **Hacé de profe** Tené en cuenta el dibujo y revisá si lo que Lucas completó con rojo es correcto. Si hay errores, corregilos.

a. El área lateral del cilindro es 602,88 cm^2.

b. El área total del cilindro es 653,12 cm^2.

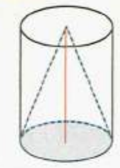
22. **Estrategia: buscar ejemplos** Laly afirma que al duplicar la altura de un cilindro, manteniendo el diámetro de la base, se duplica también el área lateral del cilindro. ¿Estás de acuerdo? Mostrá cómo razonás.

23. **Estrategia: plantear una ecuación** El área lateral de un cilindro de 14 cm de altura es 483,56 cm^2. ¿Cuál es el área total del cilindro? Mostrá todo el procedimiento que realices para averiguarla.

Volúmenes de cuerpos redondos

Volumen del cilindro: se calcula el **área de una base** y se la multiplica **por la altura del cuerpo**.

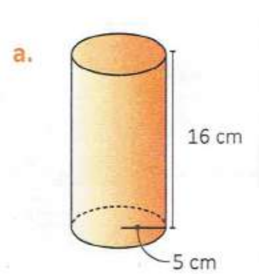
Volumen del cono: tres conos como el dibujado ocupan el mismo volumen que el cilindro. Por eso, para calcular el volumen de un cono, el **área de la base** se multiplica **por la altura del cuerpo y se divide por 3**.

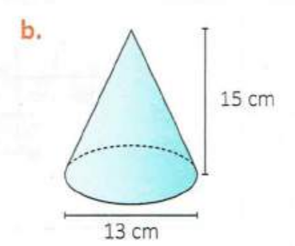


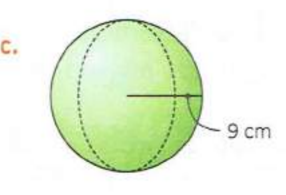
Tienen igual base e igual altura.

En la página 160 están las fórmulas de los volúmenes de los cuerpos redondos.

24. Calculá el volumen de cada cuerpo.

a. 

b. 

c. 

25. El interior de la cisterna de un camión tiene forma de cilindro de 6 m de largo y 3 m de diámetro. ¿Cuántos metros cúbicos de agua puede transportar el camión en la cisterna?

26. Joaco construyó un adorno cónico de 9 cm de altura. El radio de la base mide 8 cm. Su hermano Mateo quiere hacer uno que tenga el triple de volumen y, para eso, propone mantener la altura del cono que armó Joaco y triplicar el radio de la base. Joaco, en cambio, afirma que tiene que tener el mismo radio, pero el triple de altura. ¿Tiene razón alguno? ¿Por qué?

27. Estrategia: probar con ejemplos ¿Es cierto que si se duplica el radio de una esfera, su volumen también se duplica?

Tengo tarea

28. El centro recreativo Los Jazmines dispone de un tanque de agua de forma cilíndrica de 1,7 m de altura y 1,5 m de diámetro. El predio vecino necesita un tanque de agua, pero que tenga el doble de volumen que el anterior. Rafa, que forma parte del equipo que construirá el nuevo tanque, dice que el volumen requerido se conseguirá duplicando el diámetro de la base del tanque y manteniendo la misma altura. ¿Tiene razón Rafa?

29. Cuando Macarena afirmó que el prisma que construyó tiene 15 vértices, su primo Lucas le dijo: "Imposible, contaste mal".
¿Por qué te parece que le habrá dicho eso? ¿A qué se refiere?

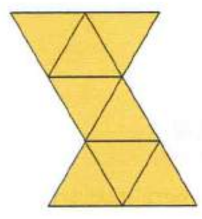
30. Estrategia: dibujar ejemplos a mano alzada
Completá estas afirmaciones con "doble" o "triple".

a. La cantidad de vértices de un prisma es el .... del número de vértices de su base.
b. La cantidad de aristas de un prisma es el .... de las que tiene en su base.
c. El número de aristas de una pirámide es el .... de las que posee en su base.

31. Se construyen dos prismas, uno pentagonal y otro decagonal.

a. ¿Es cierto que como la base del decagonal tiene el doble de lados que la del pentagonal, tanto el número total de aristas como el de vértices del segundo es el doble que el del primero?
b. ¿Sucede lo mismo si son dos pirámides, una pentagonal y otra decagonal?

32. ¿A qué poliedro regular corresponde este desarrollo plano?

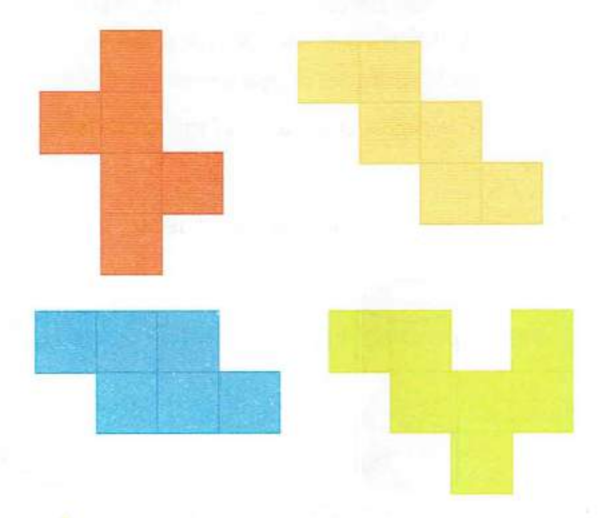


33. Descubrí qué prisma o pirámide se esconde en cada tarjeta.

Tengo tantas aristas como vértices tiene un prisma octogonal.

Soy un prisma y poseo tantos vértices como aristas tiene una pirámide de base rectangular.

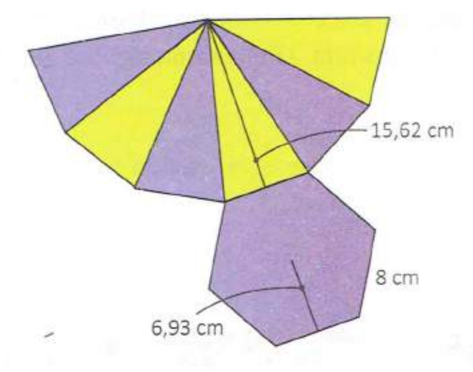
34. ¿Cuál o cuáles de estas plantillas permiten armar un cubo?



35. Estrategia: hacer un dibujo esquemático Una pileta tiene forma de prisma rectangular. El largo mide el doble que el ancho, la altura es la cuarta parte del ancho y el perímetro es de 36 m. Si toda la superficie interior se cubrirá con una pintura impermeabilizante, ¿cuántos metros cuadrados se pintarán?

36. Observá este desarrollo plano y respondé.

a. ¿A qué poliedro corresponde?
b. ¿Cuál es el área lateral? ¿Y el área total?
c. ¿Qué volumen tendrá el cuerpo una vez armado, si tiene una altura de 14 cm?



37. Calculá el volumen de una esfera de 24 cm de diámetro y también el volumen de los cinco cuerpos de las actividades **8**, **9** y **10** de la página 120.

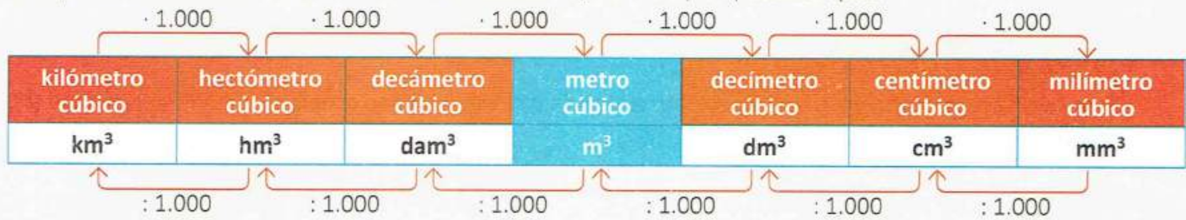
Unidades de volumen, capacidad y masa. Densidad

Unidades de volumen

Para medir volúmenes, se puede usar el **centímetro cúbico** (cm^3), como se hizo en las páginas anteriores, o emplear otras medidas convencionales, como el **metro cúbico** (m^3).

Un cubo de 1 m de arista tiene un volumen de 1 m^3.

El esquema muestra las relaciones entre el metro cúbico, sus múltiplos y submúltiplos.



kilómetro cúbico	hectómetro cúbico	decámetro cúbico	metro cúbico	decímetro cúbico	centímetro cúbico	milímetro cúbico
km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3

3,16 m^3 en centímetros cúbicos → 3.160.000 cm^3 (se multiplica 2 veces por 1.000).

832 mm^3 en decímetros cúbicos → 0,000832 dm^3 (se divide 2 veces por 1.000).

Relación entre unidades de volumen y capacidad

Para medir la capacidad de un recipiente se usa el **litro** (L), sus múltiplos y submúltiplos, que aumentan y disminuyen de 10 en 10.

En un recipiente cúbico de 1 dm de arista interior, o sea de 1 **dm^3** de volumen interior, entra exactamente 1 L de líquido; en uno de 1 **cm^3** cabe 1 ml, y si tiene 1 **m^3**, caben exactamente 1.000 L, o sea, 1 kl.

Por eso se pueden establecer estas relaciones:

1 dm^3 = 1 L

1 cm^3 = 1 ml = 0,001 L

1 m^3 = 1 kl = 1.000 L

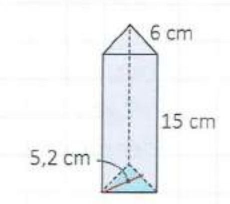
38. Respondé.

a. ¿Cuántos vasos de 0,5 dm^3 hacen falta para llenar una botella de 2 litros y medio?

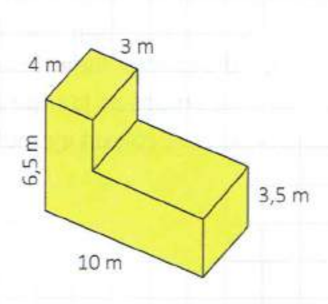
b. ¿Cuántos cm^3 se reúnen con 3 baldecitos de 2,5 L?

c. ¿Cuántas jeringas de 7,5 ml se pueden llenar con 150 cm^3 de líquido?

39. ¿Alcanza una botella de medio litro de agua para llenar el florero de base regular? ¿Cuántos centímetros cúbicos sobran o cuántos faltan?



40. ¿Cuántos litros de nafta caben en el depósito de una estación de servicio, si tiene las dimensiones que muestra el dibujo? Pista: descomponé en dos prismas.



Unidades de masa

Las unidades de masa aumentan y disminuyen de 10 en 10, como las de capacidad.

kilogramo	hectogramo	decagramo	gramo	decigramo	centigramo	miligramo
kg	hg	dag	g	dg	cg	mg

Hacia la derecha: $\cdot 10$ (en cada paso). Hacia la izquierda: $: 10$ (en cada paso).

Densidad

Si se calcula el **cociente entre la masa de una sustancia y el volumen** que ocupa, se obtiene su densidad (δ). Cada sustancia tiene su propia densidad.

$\delta = \dfrac{\text{masa}}{\text{volumen}}$ → Las unidades de densidad más usuales son $\dfrac{g}{cm^3}$, $\dfrac{kg}{dm^3}$ y $\dfrac{t}{m^3}$.

Un cubo de oro de 216 cm^3 pesa 4.173,12 g, entonces: $\delta_{oro} = \dfrac{4.173{,}12\,g}{216\,cm^3} = 19{,}32\,\dfrac{g}{cm^3}$.

41. Un pisapapeles de plata con forma de prisma tiene una base cuadrada de 3 cm de lado y una altura de 4 cm. Si pesa 376,56 g, ¿cuál es la densidad de la plata?

Fijate bien

Para calcular la densidad, se usarán las unidades indicadas arriba: gramo y centímetro cúbico, kilogramo y decímetro cúbico, tonelada y metro cúbico.

42. La densidad de la madera que se usó para un adorno esférico que ocupa 113,04 cm^3 es de 0,85 $\dfrac{kg}{dm^3}$. ¿Cuántos gramos pesa el adorno?

43. Estrategia: buscar ejemplos Respondé.

a. Dos prismas tienen el mismo tamaño pero sus masas son de 5,2 kg y 14,4 kg, respectivamente. ¿Cuál de las dos tiene mayor densidad? ¿Por qué?

b. Un cuerpo tiene mayor volumen que otro, pero la densidad de ambos es la misma. ¿En cuál de los dos la masa es mayor? Explicá con un ejemplo.

Tengo tarea

44. ¿Qué altura tiene un recipiente cilíndrico de 40 cm de diámetro interior si se llena con 37,68 L de agua?

45. ¿Cuántos centímetros cúbicos ocupa un cilindro de corcho que pesa 0,48 kg? $\delta_{corcho} = 0{,}24\,\dfrac{kg}{dm^3}$

46. Completá las oraciones para que resulten correctas.

a. Con un balde de 5 L se pueden llenar como máximo .... botellas de 250 cm^3.

b. De un frasco de jarabe de 120 cm^3 se pueden tomar como máximo .... cucharadas de 5 ml.

c. Un tanque de 2,5 m^3 se puede llenar con .... recipientes de 20 L.

47. ¿Cuántos litros de agua se necesitan para llenar este tanque cilíndrico hasta las tres cuartas partes de su altura?

1,2 m

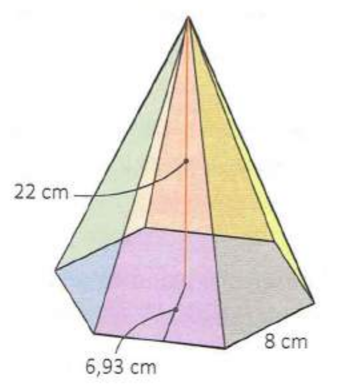
160 cm

48. En una probeta de 1 cm de radio se vierten 62,8 ml de líquido.

a. ¿Qué altura alcanzará el líquido?

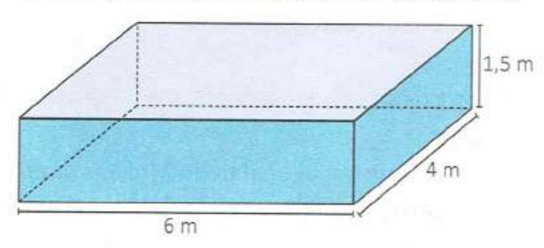
b. Si otro recipiente cilíndrico tiene el doble de radio que el primero y se vierte el doble de líquido que en el anterior, ¿qué relación hay entre las alturas que alcanza el líquido en ambos recipientes?

49. ¿Entraría un cuarto litro de alcohol en gel en un frasco de base regular con esta forma? ¿Por qué?



50. En la heladería Zaira, el mes pasado utilizaron 628 L de leche, que guardaron en la cámara frigorífica, en envases cilíndricos iguales de 20 cm de diámetro y una altura de 40 cm. ¿Cuántos envases usaron el mes pasado?

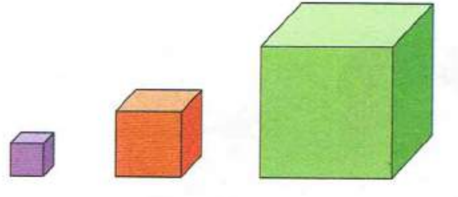
51. ¿Es cierto que con 25.000 L de agua se puede llenar hasta las tres cuartas partes de la altura de esta pileta? ¿Cuánto sobra o cuánto falta?



52. El cubo rojo tiene 20 cm de arista. El verde tiene el doble de arista que el rojo y el cuádruple que el violeta.

a. ¿Alcanzan 75 litros de agua para llenar los tres cubos? ¿Por qué?

b. Si sobrara líquido, ¿cuántos recipientes cúbicos de 10 cm de arista se podrían llenar?



53. Pili llenó con arena un adorno cónico que preparó para su escritorio. El interior del adorno tiene una altura de 12 cm y el diámetro de la base es de 9 cm. Si la densidad de la arena es de 1,8 $\frac{g}{cm^3}$, ¿cuántos gramos de arena introdujo en el adorno?

54. El abuelo Roberto le regaló a su nieto una esfera de mármol para su colección de piedras. La esfera tiene una masa de 305,208 g.
La densidad del mármol es de 2,7 $\frac{kg}{dm^3}$.

a. ¿Cuál es el volumen de la esfera?

b. ¿Cuál es su diámetro?

c. Si el nieto guarda la esfera en una caja cúbica cerrada de 6,5 cm de arista interior, ¿qué volumen de aire queda dentro de la caja?

55. Un cubo macizo de corcho de 7 cm de arista tiene una masa de 82,32 g. ¿Cuál es la densidad del corcho?

Repaso todo

56. Hacé de profe. Revisá si lo que Manu completó con verde es correcto. Si hay errores, corregilos.

a. Un prisma octogonal tiene 9 vértices y 24 aristas.

b. Una pirámide decagonal tiene 12 caras laterales y 30 aristas.

c. Un prisma eneagonal tiene 11 caras laterales, 10 vértices y 18 aristas.

d. Un prisma dodecagonal tiene 14 caras laterales, 24 vértices y 36 aristas.

e. Una pirámide dodecagonal tiene 13 caras laterales, 13 vértices y 13 aristas.

f. Un tetraedro tiene 4 caras, 4 vértices y 3 aristas.

57. Completá lo que dice cada chico para que sea correcto.

Para calcular la cantidad de vértices de cualquier prisma, cuento los de una base y multiplico por .... Si es una pirámide, a los de la base le .... 1.

Para calcular el número de aristas de cualquier prisma, cuento las de una base y multiplico por .... Si es una pirámide, hago lo mismo, pero multiplico por ....

58. Estrategia: hacer un dibujo esquemático. Se pegan dos tetraedros regulares del mismo tamaño haciendo coincidir dos caras.

a. ¿Cuántas caras, aristas y vértices tiene el cuerpo que se forma?

b. ¿Se cumple la relación de Euler? ¿Por qué?

c. ¿Es un poliedro regular el cuerpo formado? ¿Por qué?

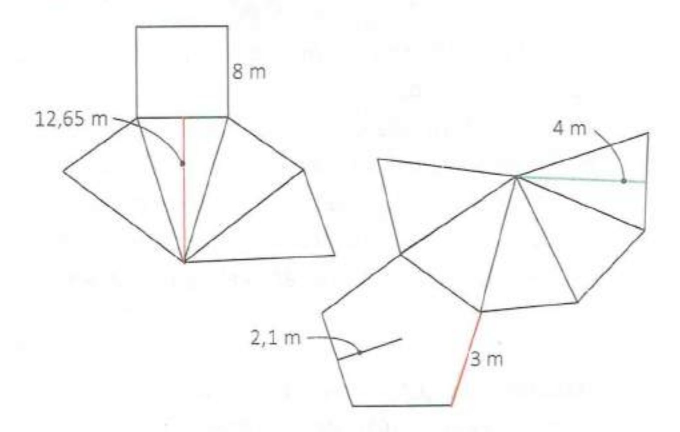
59. ¿Cuál es el poliedro regular que tiene tantas aristas como caras tiene un dodecaedro, y la mitad del total de vértices de un icosaedro? Podés revisar la actividad 3 de la página 118.

60. Unos amigos decidieron alquilar un local para armar un centro cultural. Tiene forma de prisma rectangular, con 20 m de largo, 14 m de ancho y 8 m de altura.

a. Para ponerlo en funcionamiento, quieren pintar el techo y las paredes. Si cada lata de pintura rinde 32 m^2, ¿cuántas latas como mínimo necesitan comprar?

b. En el medio del local hay dos columnas cilíndricas de 1 m de diámetro, que alcanzan las tres cuartas partes de la altura del local. Han decidido cubrirlas con una pintura antihumedad, pero solo tienen una lata que rinde como máximo 25 m^2. ¿Les alcanzará para pintar las dos columnas? ¿Por qué?

61. Observá los desarrollos planos de base regular.



a. ¿Qué poliedro se puede armar con cada uno?

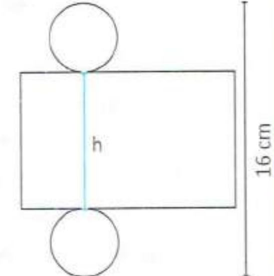
b. Calculá el área lateral y el área total de cada cuerpo.

c. Calculá el volumen de cada cuerpo teniendo en cuenta que la altura del segundo mide 3,4 m y la del primero, 12 m.

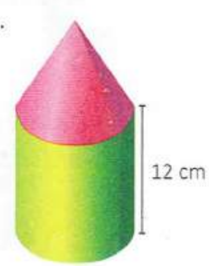
62. Observá el desarrollo plano de un cilindro. La altura del cuerpo es el cuádruple del radio de la base.

a. ¿Cuántos cm^2 tiene el área total?

b. ¿Cuál es el volumen del cilindro una vez armado?



63. Martina preparó cuerpos de cartón como el de la ilustración para utilizar en la clase de Música como instrumentos de percusión. Tienen 6 cm de diámetro y la altura del cono es la tercera parte de la del cilindro. ¿Cuántos centímetros cúbicos de arena se necesitan para cargar hasta la mitad 20 de estos cuerpos?



64. Estrategia: hacer un dibujo esquemático La familia de Rodrigo cuenta con un sistema para recolectar agua de lluvia y almacenarla en un depósito de forma cilíndrica, de 2 m de diámetro y 1,60 m de altura. La familia de Lorena tiene un depósito similar, pero ocupa tres cuartos del volumen del depósito anterior. Si ambos tienen el mismo diámetro, ¿qué relación hay entre sus alturas?

65. Estrategia: hacer un dibujo esquemático

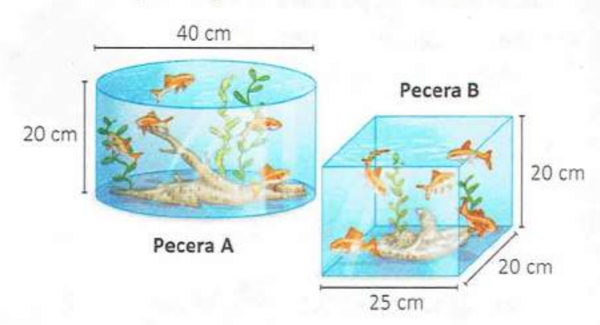
Javier construirá dos piletas para el club con forma de prisma. La de adultos tendrá 2 m de profundidad y el largo de la base rectangular medirá el doble que su ancho, más 5 m. Las medidas de la pileta infantil serán justo la mitad de las de la pileta de adultos.

a. La base de la pileta de adultos tiene 70 m de perímetro. ¿Cuáles son las dimensiones de cada pileta?
b. Si desean pintarlas con impermeabilizante, ¿cuántos metros cuadrados se deberán cubrir en cada una de las piletas?
c. ¿Cuántos litros de agua entrarán en cada una de las piletas?

66. ¿Cuántas jarras de 750 ml se pueden llenar con 24 dm^3 de jugo multifruta?

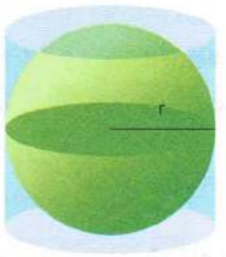
67. Santiago necesita un recipiente cilíndrico que pueda contener 45 L de agua. Tiene uno de 40 cm de diámetro y otro de 50 cm. La altura del primero es 45 cm y, la del segundo, la mitad. ¿Cuál le conviene elegir?

68. Mariela fue al acuario a comprar una pecera y tiene que elegir entre estos dos diseños.



a. Si quiere llevar la de menor volumen, ¿cuál debe comprar?
b. ¿Cuántos litros de agua se necesitan para llenar cada una de las peceras?

69. El dibujo muestra que el radio de la esfera y el de la base del cilindro coinciden. Además, la altura del cilindro es igual al diámetro de la esfera.



a. ¿Cuántos centímetros cúbicos quedan libres en el interior del cilindro si el radio de la esfera es de 9 cm?
b. ¿Se podrá llenar el espacio que queda libre con un litro y medio de agua? Explicá cómo lo pensás.

70. Este adorno macizo de bronce está formado por un cubo y una pirámide. ¿Cuál es la densidad del bronce, si la altura de la pirámide es tres cuartos de la altura del cubo y la masa del adorno es de 5.696 g?

8 cm

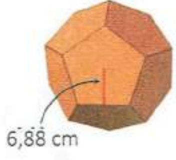
71. ¿Cuál es el volumen de una pieza sólida de aluminio cuya masa es de 283,5 g, si la densidad del aluminio es de 2,7 $\frac{g}{cm^3}$?

Saquen una hoja

AUTOEVALUACIÓN

Marcá la opción correcta.

1. Cada una de las 30 aristas de este poliedro regular que tiene 20 vértices mide 10 cm.



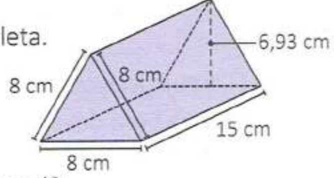
I. ¿Cuántas caras tiene?

- [ ] 6
- [ ] 10
- [ ] 12
- [ ] 20

II. ¿Cuál es el área total del cuerpo?

- [ ] 172 cm²
- [ ] 2.064 cm²
- [ ] 1.720 cm²
- [ ] 3.440 cm²

2. Observá el prisma violeta.



I. ¿Cuál es el área lateral?

- [ ] 55,44 cm²
- [ ] 360 cm²
- [ ] 175,44 cm²
- [ ] 415,44 cm²

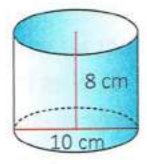
II. ¿Cuál es el área total?

- [ ] 360 cm²
- [ ] 415,44 cm²
- [ ] 387,72 cm²
- [ ] 831,6 cm²

III. ¿Cuál es el volumen?

- [ ] 55,44 cm³
- [ ] 831,6 cm³
- [ ] 415,8 cm³
- [ ] 960 cm³

3. Observá el cilindro.



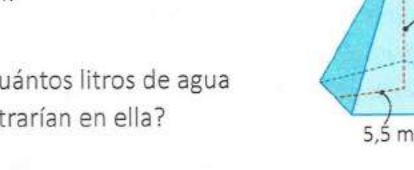
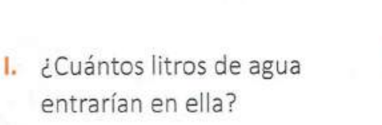
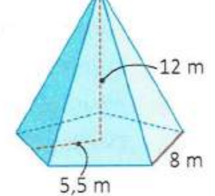
I. ¿Cuál es el área total?

- [ ] 251,2 cm²
- [ ] 408,2 cm²
- [ ] 329,7 cm²
- [ ] 502,4 cm²

II. ¿Cuál es el volumen?

- [ ] 125,6 cm³
- [ ] 628 cm³
- [ ] 251,2 cm³
- [ ] 2.512 cm³

4. Observá la pirámide de base regular.

I. ¿Cuántos litros de agua entrarían en ella?

- [ ] 440 L
- [ ] 2.640 L
- [ ] 440.000 L
- [ ] 2.640.000 L

II. ¿Cuál es el área total si la apotema lateral mide 13,2 m?

- [ ] 110 m²
- [ ] 374 m²
- [ ] 264 m²
- [ ] 1.320 m²

5. ¿Qué capacidad tiene una jarra que se llena con 14 vasos de 0,25 dm³?

- [ ] 3 L
- [ ] 3,5 L
- [ ] 4 L
- [ ] 4,5 L

6. ¿Cuántas cucharadas de 5 ml se pueden llenar con un frasco de un cuarto litro de jarabe?

- [ ] 5
- [ ] 10
- [ ] 50
- [ ] 100

7. Considerá una esfera de bronce macizo de 12 cm de diámetro.

I. ¿Cuál es el volumen?

- [ ] 113,04 cm³
- [ ] 904,32 cm³
- [ ] 452,16 cm³
- [ ] 7.234,56 cm³

II. La densidad del bronce es 8,9 $\frac{g}{cm^3}$. ¿Cuál es su masa?

- [ ] 0,0098 g
- [ ] 8,9 g
- [ ] 101,61 g
- [ ] 8.048,448 g

Controlá tus respuestas en la página 158.

Esto ya lo sabía...

1. Diego, el profe de Educación física, preparó una pequeña encuesta entre sus alumnos para definir el deporte que jugarán en el intercolegial. Podían elegir una sola opción entre estas: básquet (**B**), vóley (**V**), fútbol (**F**) o *handball* (**H**). Estos fueron los resultados.

B V H B B F B F B F V H V V B
V B V V F V B V V F B F V H V

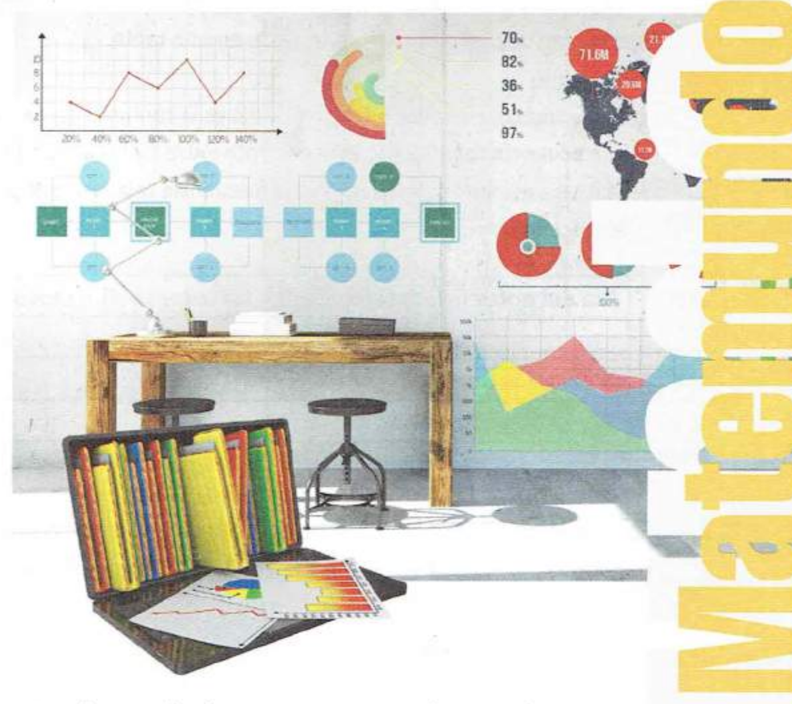
a. Completá la tabla con los datos recolectados.

Deporte	Cantidad de votos	Porcentaje del total
Básquet		
Vóley		
Fútbol		
Handball		
Total		

b. ¿Cuál es el deporte que jugarán en el intercolegial?

c. ¿Cuántos de cada 10 chicos lo eligieron?

d. ¿Cuántos de cada 10 alumnos eligieron el menos votado?



Las bases de datos contienen información de diversos temas organizados por categorías. La estadística se encarga de recolectar y analizar los datos que hacen falta, según lo que se quiera estudiar. Hay organismos oficiales, como el INDEC (Instituto Nacional de Estadísticas y Censos) de nuestro país, que lleva a cabo cada 10 años el censo de población. De la información obtenida surge la base de datos demográficos, sociales y habitacionales. También hay consultoras que realizan encuestas para hacer estudios de mercado.

Suponé que estás a cargo de la encuesta que realizará una empresa que busca renovar los auriculares que tiene a la venta. Quiere presentar en un nuevo color el auricular preferido por los adolescentes.

- ¿Qué preguntarías en la encuesta? ¿A quiénes les harías las preguntas? ¿Cómo organizarías las respuestas?

Matemundo

Recolección y organización de datos

Tablas de frecuencias

En la página anterior se hizo uso de la **estadística**. La recolección de los datos estadísticos se llevó a cabo a través de una **encuesta** y los datos se organizaron en una **tabla**.

- La **frecuencia absoluta** o **frecuencia (f)** es la cantidad de veces que aparece un dato.
- La **frecuencia relativa (fr)** es el cociente entre **f** y la cantidad total de datos.
- La **frecuencia porcentual (f%)** es la frecuencia relativa multiplicada por 100 y permite saber con qué porcentaje aparece ese dato.

Día del encuentro intercolegial	Frecuencia (f)	Frecuencia relativa (fr)	Frecuencia porcentual (f%)
Sábado	18	18 : 30 = 0,6	60%
Domingo	12	12 : 30 = 0,4	40%
Total	**30**	30 : 30 = **1**	**100%**

2. Se realizó una encuesta en el curso para saber cuántas mascotas hay en sus casas y se obtuvieron estos resultados: **0 – 2 – 4 – 3 – 1 – 2 – 1 – 2 – 3 – 1 – 2 – 3 – 4 – 1 – 2 – 2 – 3 – 2 – 1 – 2 – 4 – 2 – 3 – 1 – 2**.

a. Completá la tabla de frecuencias.

b. ¿Con qué valor coincide el total de frecuencias absolutas?

c. ¿Qué fracción del curso representan los que tienen 3 mascotas?

d. ¿Cuál de las opciones es la más frecuente en ese curso?

Cantidad de mascotas	f	fr	f%
0			
1			
2			
3			
4			
Total			

e. ¿Es cierto que los que tienen más de 2 mascotas representan menos del 50% del curso? ¿Por qué?

3. Para un trabajo de Ciencias sociales se consultó a un grupo de alumnos sobre el tipo de películas que prefieren. Se podía elegir una sola opción.

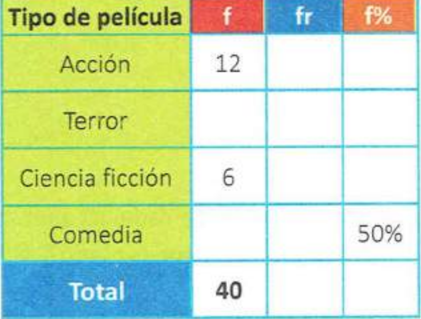
a. Completá los datos que faltan en la tabla.

b. ¿Cuántos alumnos prefieren acción o ciencia ficción?

c. Completá.

De los encuestados, el 15% votó por ....

Los que prefieren .... o .... representan el 80%.



Tipo de película	f	fr	f%
Acción	12		
Terror			
Ciencia ficción	6		
Comedia			50%
Total	40		

4. Hacé de profe Juampi completó con rojo la tabla de frecuencias, pero cometió algunos errores. Tachá lo que está mal y escribí los números correctos. Luego respondé.

- ¿Cuántas personas fueron encuestadas?
- ¿Qué fracción del total representan los que no hacen deporte?
- ¿Qué porcentaje representan los que hacen deporte? ¿Podés responder sin sumar? ¿Cómo?

Días por semana que hace deporte	f	fr	f%
0	6	0,1	1%
1	21	0,35	35%
2	24	0,4	4%
3	9	0,15	15%
Total	60	1	55%

5. Completá las tablas que muestran la cantidad de público que asistió a ver dos películas durante los últimos días de la semana pasada. Luego, calculá la diferencia entre los porcentajes de los espectadores que concurrieron el sábado o domingo a ver una u otra película.

Animales fantásticos	f	fr	f%
Jueves	200		
Viernes	350		
Sábado	425		
Domingo	275		
Total			

Doctor Strange	f	fr	f%
Jueves	175		
Viernes	400		
Sábado	375		
Domingo			
Total	1.250		

6. Leé y completá.
Se quiere saber cuál es el juego de Playstation 4 favorito de los chicos de entre 10 y 13 años. Para ello, una empresa que realiza estudios de mercado hace una encuesta a 120 chicos de ese rango de edad.

Población:

Muestra:

Variable:

Población, muestra y variable

La **población** es el grupo sobre el que se lleva a cabo la investigación estadística. Cuando la población es tan numerosa que no se puede acceder a todos los individuos u objetos, se toma una **muestra**, que debe ser representativa del conjunto para que se puedan extender las conclusiones a la totalidad de la población.
La característica que se analiza en una población se llama **variable**. Esta puede ser **cualitativa** (cuando se refiere a una cualidad; por ejemplo, género musical preferido, raza de perros, lugar de vacaciones) o **cuantitativa** (si se refiere a una cantidad; por ejemplo, estatura, cantidad de libros leídos durante las vacaciones, etcétera).

7. Se quiere establecer cuál es el tipo de carne más utilizado para hacer a la parrilla entre los habitantes de un pueblo en el que hay unas 15 carnicerías. Marcá con una cruz cuál o cuáles de estas muestras tomadas en el pueblo son representativas.

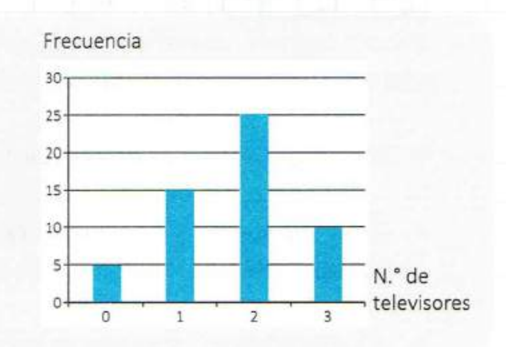
- ☐ Las personas que salen de comprar en 12 carnicerías.
- ☐ Las personas vegetarianas.
- ☐ Los alumnos de 7 años de edad de una escuela.
- ☐ Los habitantes de entre 20 y 60 años.

Gráficos estadísticos

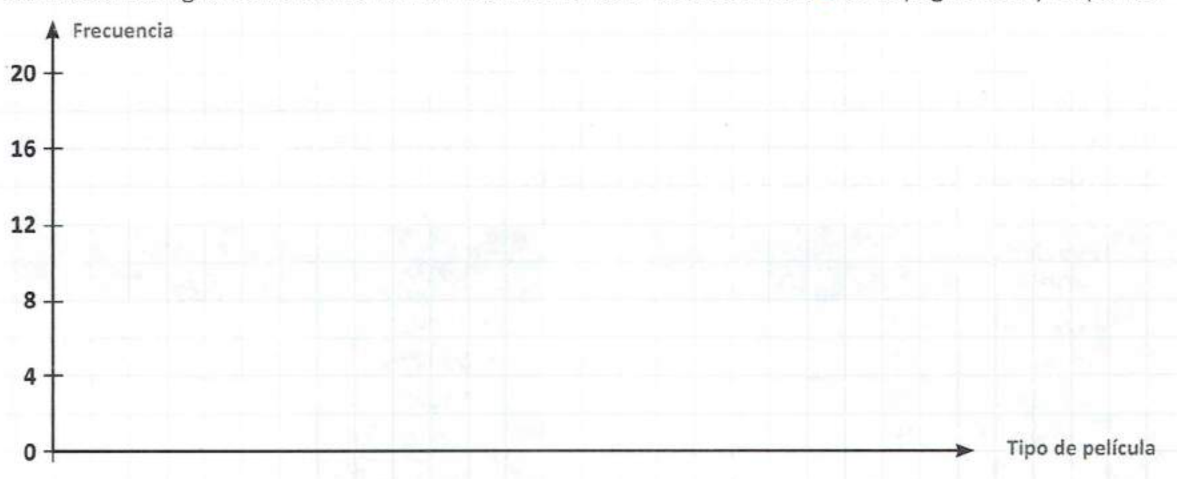
Gráfico de barras

La altura de cada barra indica la frecuencia absoluta de cada dato.

Este gráfico muestra la información obtenida en una encuesta que se hizo para saber la cantidad de televisores que hay en el hogar.
Se puede ver que hay 25 hogares con 2 televisores y 15 que tienen uno solo. Además, hay 5 que no tienen televisor y 10 que tienen 3.
La suma de las frecuencias absolutas indica el total de encuestados.
Esta encuesta se hizo en 5 + 15 + 25 + 10 = 55 hogares.



8. Confeccioná un gráfico de barras con los datos de la tabla de la actividad **3** de la página 132 y respondé.



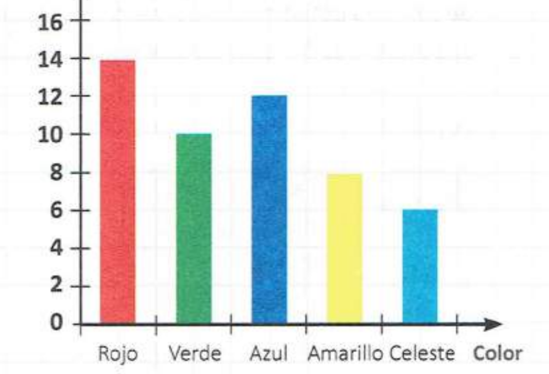
¿Qué clase de variable se estudió: cualitativa o cuantitativa?

9. El gráfico de barras muestra los resultados de una encuesta que se hizo a los alumnos de una escuela sobre el color preferido de la bandera que llevarán al campeonato intercolegial. Podían elegir un solo color.

a. ¿Cuál resultó ser el color preferido?

b. ¿Cuántos alumnos participaron de la encuesta?

c. ¿Es cierto que más de la mitad de los alumnos votó por rojo o azul? ¿Cómo te das cuenta?



d. Maximiliano dice que los que votaron por el celeste representan el 12% de los alumnos. ¿Tiene razón? ¿Por qué?

e. Los que votaron por verde o amarillo, ¿representan más de un 25% de los alumnos o menos? ¿Cuánto más o cuánto menos?

Gráficos circulares

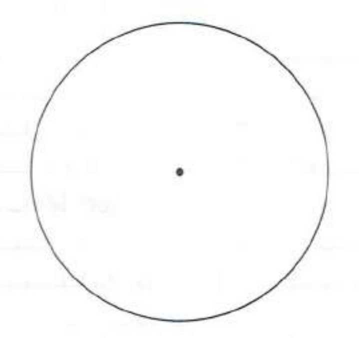
Cada sector muestra el porcentaje del total que representa cada dato. Para hacer el gráfico, se puede calcular la f% y representarla con un sector circular directamente proporcional a ese porcentaje.

Este gráfico ilustra la opinión de 1.500 personas sobre una película.
Para representar a las 600 personas que opinaron que la película es *Muy buena*, como 600 es el 40% de 1.500, se calcula el **40% de 360° = 144°** y se obtiene así el ángulo correspondiente al sector.
También se puede hallar el ángulo central planteando esta proporción, en la que al total (1.500 personas) le corresponde un ángulo de un giro (360°).

$$\frac{360°}{1.500} = \frac{x}{600} \rightarrow x = \frac{600}{1.500} \cdot 360° = 144°$$

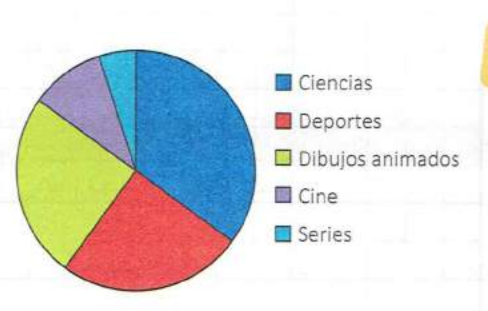
10. En el festival de comida saludable se hizo una encuesta a 1.300 personas sobre su ensalada preferida (se podía elegir una sola). Las personas que eligieron la de zanahoria y tomates *cherry* fueron la mitad de las que prefirieron la de rúcula y parmesano. Completá la tabla y representá en un gráfico circular las frecuencias porcentuales.

Ensalada	f	f%	Ángulo
Rúcula y parmesano	260	$\frac{260}{1.300} \cdot 100 = 20\%$	
Tomate y lechuga	520		
Zanahoria y *cherry*			
Choclo y *cherry*	390		
Total		**100%**	**360°**



11. Este gráfico muestra los resultados de una encuesta sobre el tipo de programa de televisión que prefieren los habitantes de una ciudad. Se podía indicar uno solo.

a. ¿Qué porcentaje de los encuestados prefiere los programas de deportes o de dibujos animados? ¿Cómo te das cuenta?



b. Los que prefieren cine o series, ¿representan más del 25% o menos? ¿Cómo te das cuenta?

c. Nombrá dos tipos de programas que, juntos, hayan sido elegidos por más del 50% de los encuestados.

12. Estos son los resultados de una encuesta a 30 jóvenes sobre su medio para informarse.

R → Radio T → Televisión
D → Diario W → Web

D W W R W T R W D T T R W R W
W D R W T W W W R R R R W T T

a. Organizá los datos en una tabla de frecuencias.

b. Realizá un gráfico de barras y uno circular con la información anterior.

Promedio, moda y mediana

13. Las notas de los exámenes de Francés que rindió Carolina fueron **7,1; 6,8; 7,1; 6; 9,8 y 8,2**. ¿Cuál fue su nota promedio?

Medidas representativas

Cuando las variables son numéricas, es útil buscar valores que representan la muestra, como el **promedio**, la **moda** y la **mediana**, que dan idea de "alrededor de qué número" están los datos.

- El **promedio** o **media** indica un valor "intermedio", representativo de todos los datos. Para calcularlo, se suman los datos y se divide por la cantidad de datos.
- La **moda** es el dato que tiene mayor frecuencia, o sea, el que aparece más veces. Puede ocurrir que no haya ninguna o que exista más de una.
- La **mediana** es el valor ubicado en el centro de la lista al ordenar los datos de menor a mayor. Si la cantidad de datos es par, se calcula el promedio de los dos valores centrales.

Estas son las notas que obtuvieron 8 alumnos en la evaluación de Lengua: 9 6 6 7 9 8 9 4.

El promedio es $\bar{x} = \frac{9 \cdot 3 + 6 \cdot 2 + 7 + 8 + 4}{8} = 7{,}25$.

La moda es **Mo** = 9 ← La nota que aparece más veces.

Para obtener la mediana (Me), primero se ordenan los datos de menor a mayor:

4 6 6 7 | 8 9 9 9

$$\mathbf{Me} = \frac{7+8}{2} = 7{,}5$$

Significa que la mitad de los alumnos obtuvo como nota 7,5 o menos y, la otra mitad, 7,5 o más.

14. Estas son las alturas de los basquetbolistas de un equipo (en cm):

207 200 205 208 198
210 205 206 208 209

a. ¿Cuál es la estatura promedio del equipo?

b. Se va a incorporar Manu al equipo; con él, la estatura promedio será de 206 cm. Mirá la ecuación que planteó Mora para hallar la estatura de Manu y señalá en qué se equivocó. Luego calculá la altura de Manu.

$$\frac{2.056 + x}{10} = 206$$

15. La tabla muestra los minutos utilizados por Pili en el celular la semana pasada.

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
28 min	16 min	22 min	16 min	25 min	33 min	42 min

a. ¿Cuál fue el consumo diario promedio en esa semana? ¿Cuáles fueron la moda y la mediana?

b. Lore consumió en su celular la misma cantidad de minutos que Pili de lunes a sábado, pero el domingo, la mitad. ¿Hay alguna variación en el promedio, la moda y la mediana?

16. La tabla muestra los resultados de una encuesta sobre la cantidad de frutas que se consumen por día.

Cantidad de frutas por día	f
1	16
2	7
3	6
4	7
5	4
Total	

a. ¿Cuántas personas fueron encuestadas?

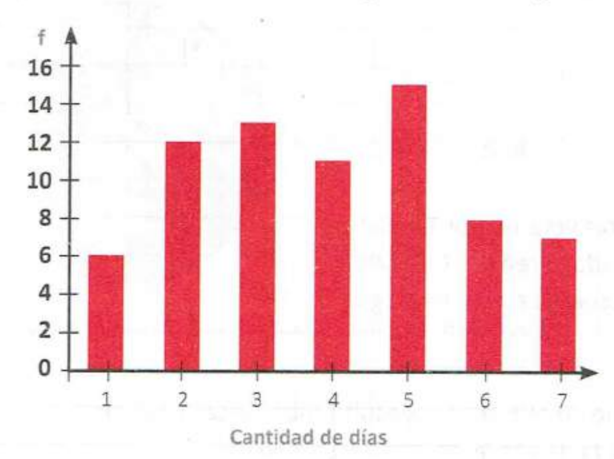
b. ¿Cuál es la moda?

c. Marcá cuál de estas fórmulas permite hallar el promedio de frutas consumidas por día y calculalo.

- ☐ $(16 + 7 + 6 + 7 + 4) : 5$
- ☐ $(1 \cdot 16 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 6 + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 4) : 5$
- ☐ $(16 + 14 + 18 + 28 + 20) : 40$

d. Cande dice que la mitad de las personas de esta muestra consume como mucho 2 frutas por día y que la otra mitad consume 2 o más. ¿Estás de acuerdo? Mostrá cómo procedés para responder.

17. Hacé de profe El gráfico muestra el resultado de un relevamiento sobre la cantidad de días por semana que los encuestados asisten al gimnasio. Corregí las conclusiones que escribió Agus.



- Se encuestó a 7 personas porque hay 7 barras.
- La moda es 15 porque es la altura de la barra más alta.
- El promedio, redondeado a las unidades, es $\bar{x} = \frac{6+12+13+11+15+8+7}{7} = 10$.

18. Estas son las notas de 36 alumnos en el examen de Inglés. Se aprueba con 6 o más.

9 8 5 7 7 6 5 6 5 8 9 6
8 7 5 9 6 8 10 7 5 8 6 8
6 7 8 5 8 9 6 6 6 10 9 10

a. Armá un gráfico de barras y otro circular. Para este último, obtené con la calculadora cada **fr** y usá lo que muestra el visor para averiguar el ángulo central.

b. Obtené la nota promedio redondeada a los centésimos, la moda y la mediana.

c. ¿Qué porcentaje de aprobados hubo? Redondeá a los centésimos.

19. Las tablas muestran la cantidad de alumnos inscriptos en determinados talleres extraprogramáticos.

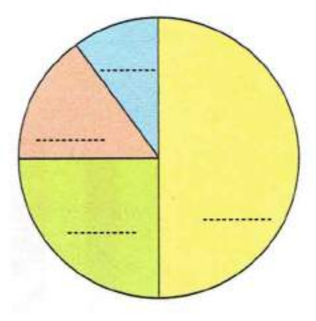
Turno mañana	f	fr	f%
Pintura	14		
Cine	16		
Teatro	11		
Experimentos científicos	5		
Astronomía	4		
Total			

Turno tarde	f	fr	f%
Pintura	12		
Cine	4		
Teatro	14		
Experimentos científicos	6		
Astronomía	4		
Total			

a. Completá ambas tablas.
b. Armá un gráfico de barras para cada una.
c. ¿Qué porcentaje de los inscriptos del turno mañana se anotó en talleres artísticos?
d. ¿Qué fracción de los inscriptos del turno tarde representan los que se anotaron en talleres de ciencias?
e. ¿Cuál es la moda en cada turno?

20. Se construyó un gráfico circular con la información de una encuesta sobre el lugar preferido para ir de campamento (solo se podía elegir una opción), pero se borraron los datos.

a. Seguí estas pistas y completá el gráfico.
✓ *La mitad de los encuestados votó por Las Grutas y la cuarta parte, por El Bolsón.*
✓ *La menos votada, con el 10% de los votos, fue Merlo, y le siguió Tandil.*



b. Si la encuesta se realizó a 200 personas, ¿cuántas votaron por Tandil?
c. ¿Es cierto que más de la mitad de los encuestados prefiere ir de campamento a El Bolsón o a Tandil? ¿Cómo te das cuenta sin hacer ningún cálculo?

21. En cada uno de los 50 departamentos de un edificio de oficinas se consultó sobre la cantidad de computadoras que poseen y se empezó a armar la tabla con la información obtenida.

a. Completá la tabla.
b. ¿Qué fracción del total de departamentos representan los que tienen como máximo 3 computadoras?
c. ¿Qué porcentaje de los departamentos tienen 4 computadoras o más?
d. ¿Cuál es el promedio de computadoras por oficina en el edificio? Redondeá a las unidades.
e. ¿Cuál es la cantidad más frecuente? ¿Qué medida representa ese valor?
f. ¿Cuál es la mediana? ¿Qué representa ese valor?

Cantidad de computadoras	f	fr	f%
1	1		
2	5		
3		0,18	
4			
5	6		
6		0,08	
Total			

Probabilidad

Cálculo de probabilidades

Un **experimento aleatorio** o **azaroso** es una situación en la que se conocen todos los resultados posibles, pero no se sabe de antemano cuál será el resultado final.

Todos esos **casos posibles** forman el **espacio muestral**.

Cuando todos los resultados posibles tienen la misma chance de ocurrir, la **probabilidad** (**P**) de que se produzca un suceso (s) se calcula así:

$$P(s) = \frac{\text{cantidad de casos favorables}}{\text{cantidad de casos posibles}}$$

Al arrojar al aire un dado de seis caras, no se sabe qué número saldrá, pero se conoce que el espacio muestral es 1, 2, 3, 4, 5 y 6. Entonces:

- La probabilidad de sacar un número impar es $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ } Hay 3 casos favorables (1, 3 y 5) de los 6 casos posibles (1, 2, 3, 4, 5 y 6).
- La probabilidad de sacar un número mayor que 4 es $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ } Hay 2 casos favorables (5 y 6) de los 6 casos posibles (1, 2, 3, 4, 5 y 6).
- La probabilidad de sacar un número mayor que 9 es **0**; es un **suceso imposible**.
- La probabilidad de sacar un número menor que 7 es **1**; es un **suceso seguro**.

Los casos favorables pueden ir desde ninguno hasta todos los posibles; por eso, la probabilidad nunca puede ser un número mayor que 1.

NOTA: en las actividades, considerá que todos los resultados tienen igual chance de ocurrir.

22. Clasificá los siguientes sucesos en probable (P), seguro (S) o imposible (I), según corresponda.

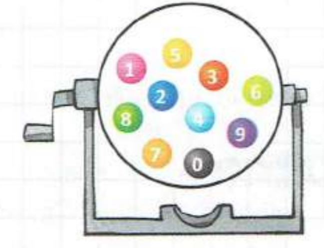
a. Lanzar una moneda y que salga cara. → ......

b. Arrojar una moneda y que salga cara o ceca. → ......

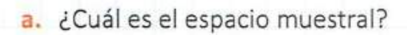
c. Sacar un trébol de un mazo de cartas españolas (oros, copas, bastos, espadas). → ......

d. Sacar un 7 al arrojar un dado común de seis caras. → ......

23. En un bolillero hay 10 bolitas iguales numeradas del 0 al 9.



a. ¿Cuál es el espacio muestral?



b. ¿Cuál es la probabilidad de que salga un....

...7?

...número par?

...número mayor que 6?

...10?

...número primo?

...número menor o igual que 3?

24. Se lanzan juntas una moneda de 50 centavos y otra de 25 centavos.

a. Escribí todas las posibilidades de cómo pueden caer, es decir, el espacio muestral.

b. ¿Cuál es la probabilidad de que en ambas salga cara?

25. Se colocan estas tarjetas en una bolsa y se saca una al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que...

a. ...sea roja?

b. ...sea verde o violeta?

c. ...no sea anaranjada?

d. ...sea un 5?

e. ...sea un 8?

f. ...sea un 4 rojo?

g. ...no sea un 3?

h. ...sea un impar?

26. Se arrojan al aire un dado azul y otro rojo y, al caer, se suman los valores de sus caras superiores.

a. Completá la tabla con las sumas.

+	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

b. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma sea...

...un 9?

...un número impar?

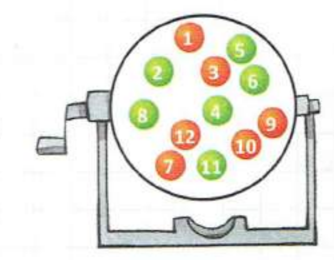
...un número mayor o igual que 4?

c. Según Maite, que la suma sea un número par o que sea un múltiplo de 5 tienen la misma probabilidad de ocurrir. ¿Estás de acuerdo? Explicá cómo lo pensás.

d. Si tuvieras que apostar a una suma, ¿a cuál lo harías? ¿Por qué?

e. ¿Qué es menos probable: que sumen más de 7 o menos de 5?

27. **Hacé de profe** Se sacará una bolilla al azar de un bolillero como el dibujado. Revisá si lo que Claudia completó con rojo es correcto. Si hay errores, corregilos.



La probabilidad de...

a. ...sacar una bolilla roja es $\frac{6}{12}$.

b. ...que sea un cuatro es $\frac{4}{12}$.

c. ...que sea un 10 verde es $\frac{1}{12}$.

Tengo tarea

28. Se lanzan al aire tres monedas distintas.

a. Escribí los 8 casos posibles.

b. ¿Cuál es la probabilidad de que salgan tres caras? ¿Y tres cecas?

29. Al levantar una carta al azar de un mazo de naipes españoles, sin comodines, ¿cuál es la probabilidad de sacar...

a. ...un 7 de oros?
b. ...un 4?
c. ...un as de espadas?
d. ...un caballo?
e. ...una figura (sota, caballo o rey) de cualquier palo?
f. ...un 16?
g. ...un 2 de basto o de copa?
h. ...un comodín?
i. ...un número menor que 5?

30. Lucía y Santiago juegan a lanzar un dado blanco y otro rojo. Si la suma de los dados es mayor que 7, gana Lucía; en caso contrario, gana Santiago. ¿Quién tiene mayor probabilidad de ganar? Podés ayudarte con la tabla de la actividad 26.

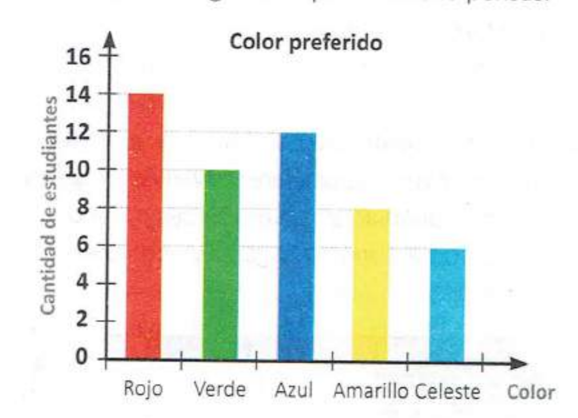
31. Si se lanzan a la vez un dado rojo y otro azul, ¿qué probabilidad es mayor: que la suma sea un múltiplo de 3 o un múltiplo de 4?

32. Completá la tabla que muestra los deportes preferidos de un grupo de estudiantes (solo se podía optar por uno). Luego respondé.

Deporte	f	Probabilidad	%
Básquet	8	$\frac{1}{5}$	20%
Fútbol	12		
Vóley	6		
Atletismo	10		
Natación		$\frac{1}{10}$	10%
Total		1	100%

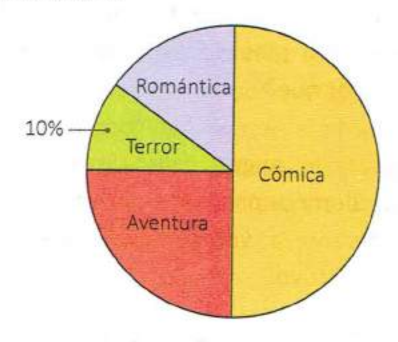
Si se elige a uno de los alumnos al azar, ¿es cierto que la probabilidad de que haya elegido básquet o fútbol es de un 50%? ¿Por qué?

33. Observando el gráfico, Euge dice que la probabilidad de que elegir al azar a un encuestado que haya votado por el color azul es $\frac{12}{5}$, porque hay 5 barras. Flavio, en cambio, dice que es $\frac{12}{50}$. ¿Tiene razón alguno? Explicá cómo lo pensás.



34. Uriel tiene una colección de 250 figuritas de fútbol de clubes de distintos países, de las cuales 80 son de Argentina. ¿Cuál es la probabilidad de que al sacar una al azar, no sea de Argentina?

35. El gráfico muestra el género de película preferida por un grupo de encuestados (solo se podía optar por uno). Si se elige a una persona al azar de este grupo, la probabilidad de que haya optado por "terror" es 0,1. ¿Qué probabilidad hay de que haya optado por "aventura"? ¿Y por "romántica"?



36. En un bolillero hay 25 bolillas numeradas del 1 al 25 y se saca una al azar.

a. ¿Qué probabilidad hay de que sea un múltiplo de 4? ¿Y un múltiplo de 3?
b. ¿Qué es más probable? ¿Sacar un número par o uno impar? ¿Por qué?
c. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un número mayor que 25?

37. Indicá cuáles de estas variables son cualitativas y cuáles, cuantitativas.

a. Marca de celular.
b. Número de calzado de zapatillas que utiliza.
c. Edad de las personas que viajan en subte después de las 18:00.
d. Marca de automóvil que circula por autopista entre las 22:30 y la medianoche.

38. Una empresa de telefonía está interesada en averiguar cuántos celulares hay en los hogares de una ciudad. Realizó una encuesta a 500 personas de distintos hogares y obtuvo esta información.

Celulares	f	fr	f%
0	20		
1	150		
2			
3	110		
4	90		
Total			

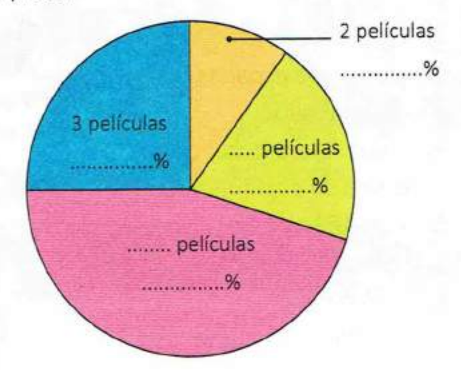
a. Completá la tabla.
b. ¿Qué fracción de los encuestados representan los que tienen 2 celulares en su casa?
c. ¿Qué porcentaje de los encuestados tiene menos de 2 celulares?
d. ¿Es cierto que los que tienen 3 o 4 celulares representan más del 50% de los encuestados? ¿Por qué?

39. La profesora de Lengua realizó una encuesta entre sus alumnos para saber cuántos libros leyeron durante las vacaciones. Estos son los datos que obtuvo:

1 3 4 1 0 1 4 2 3 1 4 2 1
0 0 1 2 3 1 0 2 3 1 1 5

a. Armá una tabla y un gráfico de barras.
b. ¿Cuántos libros leyó cada uno de los alumnos, en promedio?
c. ¿Cuál es la moda?

40. Se armó un gráfico circular con los resultados de una encuesta sobre la cantidad de películas vistas durante el último mes, pero está incompleto.



a. Seguí las pistas y completá los datos que faltan.
Cuatro personas, que representan el 10% de los encuestados, vieron 2 películas. En cambio, el doble vio 5.
La cuarta parte vio 3 películas. El resto, 4.
b. ¿Cuántas personas fueron encuestadas?
c. ¿Cuántas personas corresponden a cada sector del gráfico?
d. ¿Cuál es la moda? ¿Cómo la identificás en el gráfico circular?

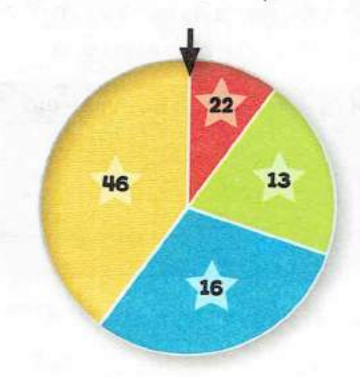
41. Una fábrica de relojes digitales revisa sus productos en 30 locales a los cuales provee. La cantidad de relojes defectuosos en cada uno de ellos es la siguiente:

8	10	1	3	2	9	7	5	4	6
0	3	7	6	0	1	3	8	2	1
2	1	0	0	0	4	5	6	8	8

Si el promedio de artículos defectuosos por local es mayor que 3 unidades, entonces se revisará el proceso de fabricación; de lo contrario, se considerará como pérdida. ¿Qué opción se tendrá que adoptar?

42. Estrategia: plantear una ecuación. Iván tiene dos 7, un 5 y un 8 en sus calificaciones en Matemática. ¿Qué nota tiene que sacarse para llegar a 7 de promedio?

43. Al hacer girar esta ruleta, ¿a qué número apostarías si querés optar por el que tiene mayor probabilidad de salir? ¿Por qué?



44. Al lanzar juntos un dado rojo y otro azul, ¿hay más posibilidades de que la suma de los puntos de sus caras superiores sea 10 o de que sea 8? Podés mirar la tabla de la actividad **26** de la página 140.

45. Se lanzan una moneda y un dado a la vez.

a. ¿Cuál es el espacio muestral?

b. ¿Cuál es la probabilidad de sacar una cara y un número par?

c. ¿Qué es más probable: que salga cara y un número primo o que salga ceca y un número impar?

d. ¿Qué es menos probable: que salga cara y un número menor que 4 o que salga ceca y un número par?

46. Marcá cuál o cuáles de estos sucesos es imposible que ocurra cuando se lanza un dado de seis caras.

a. Obtener un múltiplo de 3.

b. Obtener un múltiplo de 8.

c. Sacar un número mayor que 7.

d. Que el número sea divisible por 3.

47. Se realizó una encuesta a un grupo de personas sobre la cantidad de *notebooks* que tienen en su hogar, y los resultados se volcaron en esta tabla.

Notebooks	0	1	2	3
f	16	22	38	24

a. Si se elige al azar a una de las personas encuestadas, ¿qué probabilidad hay de que tenga 2 *notebooks*?

b. ¿Qué probabilidad hay de que tenga 2 o más?

c. La probabilidad de que no tenga *notebooks*, ¿es mayor que un cuarto o es menor?

48. **Estrategia: plantear una ecuación** Gustavo tiene una colección de 400 discos. Son de *rock*, jazz y tango. La probabilidad de sacar al azar uno de tango es 0,15 y la de sacar uno de *rock* es 0,45. ¿Cuántos discos de cada clase tiene?

49. Suponé que se arrojan al aire dos dados comunes de distintos colores y se multiplican los puntos de las caras superiores.

a. Completá la tabla con los productos.

×	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

b. ¿Qué es más probable: que el producto sea 4 o 6?

c. ¿Cuál es la probabilidad de que el producto sea un número menor que 15?

d. La probabilidad de que el producto sea par, ¿es igual a la de que sea impar? ¿Por qué?

e. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número mayor que 40?

50. Tené en cuenta que se saca al azar una de las cinco bolillas de este bolillero y redactá un suceso para cada una de las probabilidades que se indican.

a. $P = 0$ b. $P = \frac{2}{5}$ c. $P = 1 - \frac{2}{5}$ d. $P = \frac{1}{5}$

Saquen una hoja

1. La tabla muestra los resultados de una encuesta sobre el medio de transporte preferido para ir de vacaciones.

Transporte	f
Micro	9
Avión	1
Auto	6
Tren	4

I. ¿Cuál es la **fr** de "auto"?

☐ 0,06 ☐ 6 ☐ 0,3 ☐ 6%

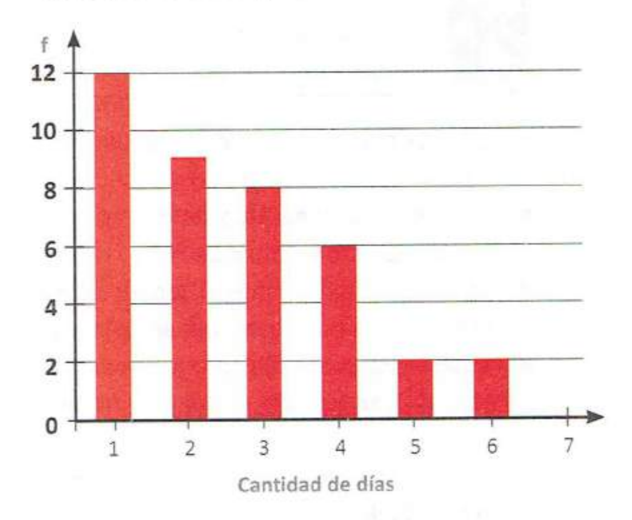
II. ¿Cuál es la **f%** de "tren"?

☐ 0,2% ☐ 2% ☐ 4% ☐ 20%

III. ¿Cuál es el porcentaje de encuestados que no votaron por "micro"?

☐ 0,55% ☐ 5,5% ☐ 11% ☐ 55%

2. El gráfico muestra los resultados de una encuesta sobre la cantidad de días a la semana que se consume comida rápida.



I. ¿Cuántas personas fueron consultadas?

☐ 6 ☐ 7 ☐ 39 ☐ 12

II. ¿Cuántas personas consumen comida rápida más de 3 días a la semana?

☐ 4 ☐ 10 ☐ 18 ☐ 5

3. A la salida de un estacionamiento se contabilizó la cantidad de personas que van en el interior de cada automóvil, y se hizo esta tabla.

Cantidad de personas por vehículo	f
1	18
2	14
3	10
4	8

I. ¿Cuántas hay por vehículo, en promedio?

☐ 1,76 ☐ 2,16 ☐ 2,5 ☐ 12,5

II. ¿Cuál es la mediana?

☐ 2 ☐ 2,5 ☐ 3 ☐ 25

III. ¿Cuál es la moda?

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4

4. ¿Cuál es el espacio muestral de lanzar dos monedas distintas al aire?

☐ Cara, ceca.

☐ Ceca, cara.

☐ Cara-cara, ceca-cara, ceca-ceca.

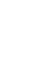
☐ Cara-cara, cara-ceca, ceca-cara, ceca-ceca.

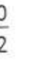
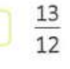
5. Se seleccionan todas las cartas de copas de un mazo de naipes y se extrae una de ellas al azar.

I. ¿Cuál es la probabilidad de que la carta sea mayor que 3?

☐ $\frac{3}{12}$ ☐ $\frac{9}{12}$ ☐ $\frac{6}{9}$ ☐ $\frac{2}{9}$

II. ¿Cuál es la probabilidad de que sea un 3 o una sota?



☐ $\frac{1}{6}$ ☐ $\frac{10}{12}$ ☐ $\frac{13}{12}$ ☐ 1

Controlá tus respuestas en la página 158.

Esto ya lo sabía...

1. Los chicos juegan con naipes que traen estos cuatro "palos":

Para empezar, cada uno recibe cuatro cartas y establece su puntaje inicial así: los naipes negros suman puntos y los rojos, restan.
Por ejemplo:

Se suma 4 y 5 \ 2 en contra
Se resta 7 y 4

¿Qué puntaje obtuvo cada uno de estos chicos?

Lucio

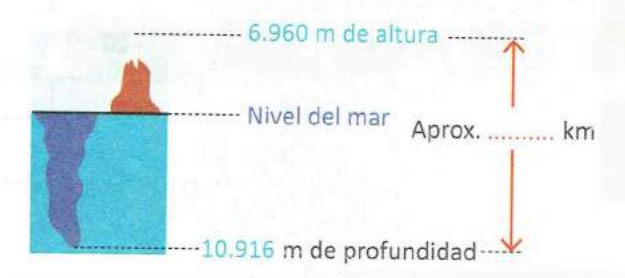
Valentina

Cerro Aconcagua, provincia de Mendoza, Argentina.

En 1960, un equipo de andinistas logró llegar a la cima del cerro Aconcagua (unos 6.960 metros). En el mismo momento el francés Jacques Piccard, con el estadounidense Don Walsh como tripulante, a bordo del batiscafo *Trieste* –una embarcación sumergible destinada a explorar las profundidades del mar– alcanzaron una profundidad récord de 10.916 metros en la fosa de las islas Marianas.

El batiscafo *Trieste* antes de la inmersión.

- Escribí en kilómetros la distancia entre los puntos extremos indicados. Redondeá a los enteros.



Números positivos y negativos

Números enteros

- Los números enteros mayores que cero (1, 2, 3, 4, ..., 10, 11, ..., 100, 101, ..., 1.500, ...) son los **enteros positivos**.
  Estos números también pueden escribirse con un signo + adelante.
  Por ejemplo, +9 es lo mismo que 9, y 23 se puede escribir +23.
- Cada número entero positivo tiene un **opuesto**, que es un **entero negativo**.
  Por ejemplo, el opuesto de 5 es −5. El opuesto de 15 es −15.
- El **cero** es un número entero que no es positivo ni negativo.
- El conjunto de los números enteros está formado por los **enteros negativos**, el **cero** y los **enteros positivos**.

Los enteros en la recta numérica. Comparación

- En una recta numérica como la dibujada, los enteros **positivos** se representan **a la derecha** del 0 y los **negativos**, **a la izquierda**.

−5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5

- Un número y su opuesto están **a la misma distancia del 0**.
- Si un número es **menor** que otro, está ubicado **más a la izquierda** en la recta numérica.
  Por ejemplo:
  −3 es menor que −1, o sea, −3 < −1. −2 es mayor que −5, o sea, −2 > −5. **−1 < 0** **0 > −4**

2. Escribí un número entero que exprese la situación.

a. La temperatura es de 3 grados bajo cero. → Temperatura: .... °C.

b. La gaviota vuela a 4 metros sobre el nivel del mar. → Vuela a .... m.

c. Juan terminó el juego con 7 puntos en contra. → Puntaje de Juan: ....

d. Hay un arrecife de coral a 18 m bajo el nivel del mar. → Está a .... m.

e. Fue desde el tercer subsuelo hasta el quinto piso. → Desde el piso .... al ....

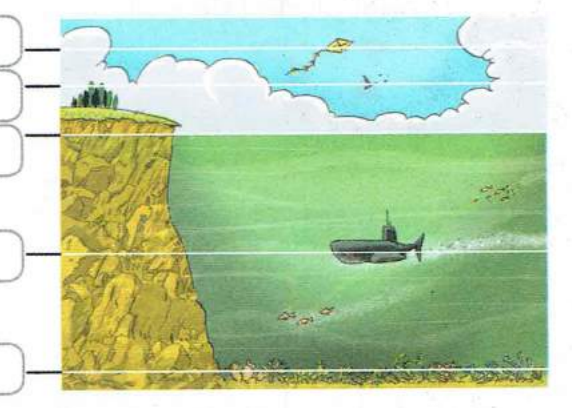
f. Se fundó en el año 253 a.C. → Año de fundación: ....

Para medir altitudes y profundidades, se considera como cero el nivel del mar. Los niveles que están por encima son positivos, y los que están por debajo del nivel del mar son negativos.

Los años que se indican como antes de Cristo se pueden escribir con números negativos; los que se indican como después de Cristo, con números positivos.
150 a.C. → −150
380 d.C. → 380

3. Escribí en las casillas de la imagen los números que aparecen en los carteles.

4 −10 0 7 −20



4. Escribí > (mayor), = o < (menor), según corresponda.

a. −3 ...... −8
c. −11 ...... −10
e. −45 ...... −40
g. 0 1
b. −14 ...... −9
d. −6 ...... −7
f. −5 0
h. 0 ...... −1

5. Respondé.

a. En la ciudad A hay una temperatura de −6 °C, mientras que en el pueblo B es de siete grados bajo cero. ¿Dónde hace más frío?

b. ¿El año 45 a.C. es anterior o posterior al año −44?

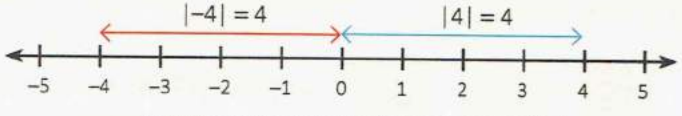
c. ¿Una reliquia del año 1234 a.C. es más antigua o menos antigua que otra del año −1205?

6. Completá sabiendo que los tres números son consecutivos y están ordenados de menor a mayor.

a. ...., −2, ...
c. −2, ..., ...
e. ...., ..., −98
g. −111, ..., ...
b. ...., ..., 1
d. ...., ..., −9
f. ...., −21, ...
h. ...., −999, ...

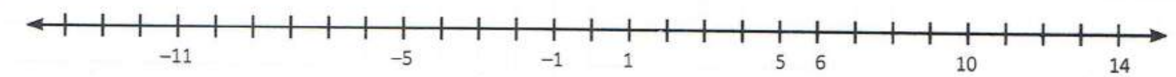
Módulo o valor absoluto de un número

- Es la distancia que hay desde el número hasta 0 en la recta numérica.
- Como es una distancia, ningún módulo es negativo; es decir que **el módulo o valor absoluto de cualquier número siempre es positivo o es cero**.
- Para indicar el módulo de un número, se lo escribe entre dos barritas verticales. Por ejemplo: módulo de −9 → |−9| = 9



Los números opuestos tienen igual módulo.

7. Trabajá en la recta numérica dibujada.



a. Ubicá los siguientes números: 12, −4, 0, 7, −2, −6, 3 y −9.

b. Rodeá con rojo los números cuyo módulo es 5 y, con verde, los de módulo 1.

c. Ubicá dos números enteros negativos cuyos módulos sean mayores que 6 y menores que 9.

d. Ubicá un número menor que −2 que esté a distancia 3 del 0.

8. ¿Cuáles son los números enteros mayores que −5 y menores que −2?

Sumas y restas con números enteros

9. Los chicos leyeron en una enciclopedia que el filósofo griego Platón nació en el año –427 y vivió 80 años. Martín dice que murió en el año –507, en cambio, Santiago opina que fue en el –347. ¿Alguno tiene razón? ¿Por qué? Podés ayudarte con una recta numérica.

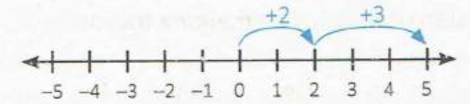
Suma de dos números enteros

- Si tienen el **mismo signo**, se suman sus valores absolutos y se copia el signo de los números.

(+2) + (+3) = 5

Equivale a sumar naturales: 2 + 3 = 5.

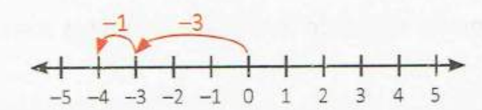
En la recta numérica:



Se avanza 2 unidades hacia la derecha y 3 unidades más.

–3 + (–1) = –4

Debe 3 y debe 1 → debe 4.

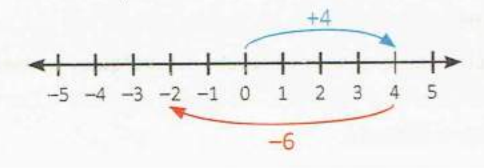


Se retrocede 3 unidades hacia la izquierda y una unidad más.

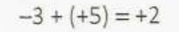
- Si tienen **distintos signos** se restan sus valores absolutos y se coloca el signo del número que tiene mayor módulo.

(+4) + (–6) = –2

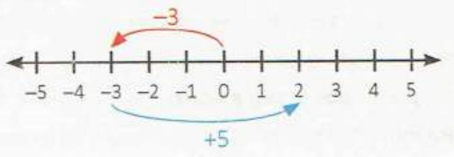
4 a favor y 6 en contra son 2 en contra.



–3 + (+5) = +2

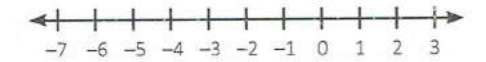


Pierde 3 y gana 5 → gana 2.

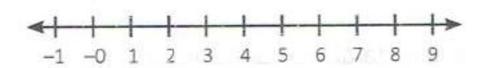


10. Calculá y representá en la recta numérica.

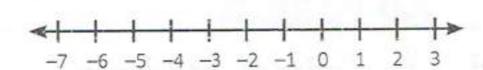
a. (–5) + (+4) =



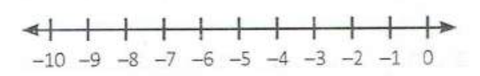
c. (+8) + (–3) =



b. (–2) + (–5) =



d. (–3) + (–7) =



11. Estrategia: encontrar reglas generales. Calculá las cuatro sumas y luego respondé.

a. (+9) + (–9) =

b. –23 + (+23) =

c. 20 + (–20) =

d. –6 + 6 =

¿Qué pasa cuando se suman un número y su opuesto?

12. Escribí un cálculo que represente cada situación, resolvelo y respondé la pregunta.

a. Al mediodía había 18 °C, pero llegó un aire frío y a las ocho de la noche la temperatura había descendido 19 °C. ¿De cuántos grados era a las 20:00 h?

b. El señor Meyer salió de su oficina en el octavo piso y bajó diez pisos para buscar su camioneta. ¿Qué botón del ascensor presionó para llegar al estacionamiento?

c. Un reconocido escultor de la antigua Roma que había nacido en el año 59 a.C. murió al cumplir 65 años. ¿En qué año falleció?

13. Redactá una situación cotidiana que pueda representarse con cada cálculo e indicá el resultado.

a. $-2 + (-8) =$

b. $-900 + 500 =$

Propiedades de la suma de números enteros

- **Conmutativa:** si se cambia el orden de los números, el resultado no varía.

$8 + (-5) = (-5) + 8 = 3$

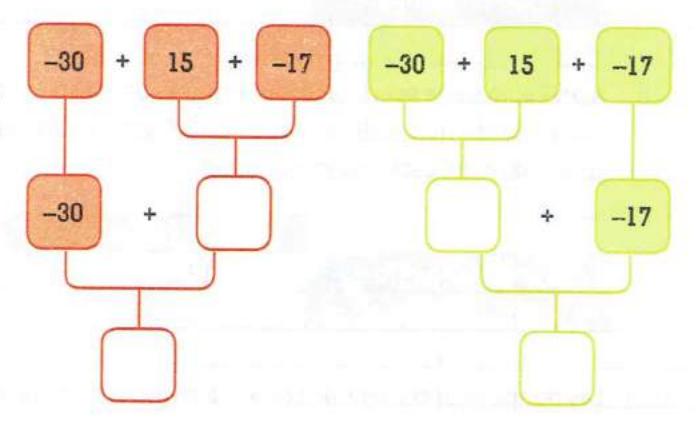
$(-7) + (-9) = (-9) + (-7) = -16$

- **Asociativa:** los números se pueden agrupar de distintas maneras y el resultado no cambia.

$(-4) + (+7) + (-10) = 3 + (-10) = -7$

$(-4) + (+7) + (-10) = (-4) + (-3) = -7$

14. Una cámara frigorífica estaba a 30 °C bajo cero. Debido a un corte de electricidad, la temperatura subió 15 grados y, al volver la luz, bajó 17 grados. Completá los dos esquemas que contienen las temperaturas en grados centígrados.



a. ¿Llegás al mismo resultado en ambos? ¿Qué propiedad se aplicó?

b. ¿Qué temperatura alcanzó la cámara frigorífica finalmente?

15. Resolvé cada cálculo asociando de dos maneras diferentes y comprobá que los resultados coinciden.

a. $(+18) + (-23) + 10 =$

b. $-9 + (29) + (-1) =$

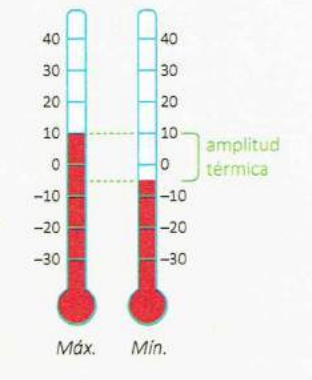
Resta de números enteros

- Para restar un número entero **se suma su opuesto**.

$3 - 5 = 3 + (-5) = -2$
Subió 3 y bajó 5 → bajó 2.

$-2 - 3 = -2 + (-3) = -5$
Bajó 2 y bajó 3 → bajó 5.

La temperatura máxima en una ciudad fue de 10 °C y la mínima, de –5 °C.
La diferencia de grados entre la máxima y la mínima fue
$10 - (-5) = 10 + 5 = 15$ → La amplitud térmica fue de 15 °C, como muestra la ilustración.



En otra ciudad, la temperatura máxima fue de –1 °C y la mínima, de –3 °C.
La diferencia de grados entre la máxima y la mínima fue
$-1 - (-3) = -1 + 3 = 2$ → La amplitud térmica fue de 2 °C.

16. Calculá.

a. $8 - 12 =$
b. $-4 - 16 =$
c. $6 - 9 =$
d. $-9 - (-3) =$
e. $5 - (-15) =$
f. $-14 - (-6) =$
g. $11 - (+19) =$
h. $-20 - (+30) =$
i. $0 - 27 =$

Fijate bien

$4 - (+9)$ es lo mismo que $4 - 9$.

17. Completá el cuadro que corresponde a los seis ascensores de un edificio que tiene varios subsuelos. Considerá que en todos los casos **el ascensor bajó tres pisos**. Se completó la primera columna como ejemplo.

Piso en el que se encontraba	2	1			3	–1
Cálculo que indica a qué piso llegó	2 – 3 = –1		= –3	= 7		

18. Juan Pablo tiene en el banco una cuenta corriente y una caja de ahorro. El cuadro muestra los últimos movimientos que realizó en cada una. Escribí un cálculo para cada tipo de cuenta bancaria que muestre cómo pasó del estado anterior al actual.

	Saldo anterior ($)	Saldo actual ($)
Cuenta corriente	13.000	–5.000
Caja de ahorro	–1.500	4.900

19. Las temperaturas mínima y máxima registradas durante un día de invierno fueron de 4 °C bajo cero en la mañana y 15 °C por la tarde. Martina dice que la variación entre estas dos temperaturas fue de 11 grados, porque 15 – 4 es 11; en cambio, Tobías opina que fue de 19 grados, porque 15 + 4 es 19. ¿Alguno tiene razón? Explicá.

20. ¿Cuál es la diferencia entre el opuesto de 14 y el opuesto de 6?

21. **Respondé.**

a. **¿Cuál es el opuesto del número entero que está entre –15 y –13?**

b. **¿Y el opuesto del doble de 3?**

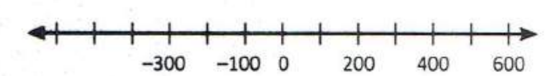
22. **Señalá con un punto en la recta numérica dibujada.**

a. **El opuesto de –100.**

b. **El opuesto de 200.**

c. **Los números que están a 500 unidades del 0.**

d. **El número que está exactamente en el medio de –100 y 0, y luego su opuesto.**



23. **Indicá si es verdadero (V) o falso (F). Tené en cuenta que si a un número entero se le suma 1, se obtiene su siguiente, y si se le resta 1, el anterior.**

a. **El anterior de –33 es –32.**

b. **El siguiente de –2 es –1.**

c. **Entre –3 y 1 hay tres números enteros.**

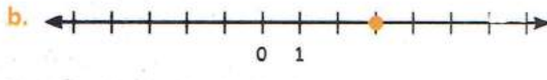
d. **El número –54 está a la izquierda de –55 en una recta numérica horizontal.**

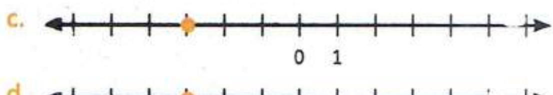
e. **El anterior de –17 es mayor que el siguiente de –19.**

24. **¿En cuál de las opciones el punto anaranjado representa un número entero mayor que –5 y menor que –2? ¿Qué número representa en las otras tres?**

a. (recta numérica: 0 1)

b.

c. 

d. 

25. **¿Cuántos números enteros hay entre –5 y su módulo?**

26. **Completá con <, = o >, según corresponda.**

a. |–8| ...... –8

b. –7 ...... |–7|

c. |–12| ...... –13

d. –15 ...... |–10|

27. Ordená los nueve números de menor a mayor.
–24, –2, 0, –35, |–17|, 6, –10, –50, |–83|.

28. Representá en una misma recta numérica los siguientes números: el opuesto de 4, el opuesto del opuesto de 3 y los números cuyo módulo es 2.

29. Completá el cuadro referido a los ascensores de un edificio de oficinas.

Piso en el que estaba	2	–1	5	–3	0
	Bajó 3 pisos	Subió 4 pisos	Bajó 5 pisos	Subió 6 pisos	Bajó 2 pisos
Piso al que llegó					

30. Un submarino estaba sumergido a 48 m respecto del nivel del mar, y después de unas cuantas maniobras, llegó a 71 m. ¿Bajó o subió? ¿Cuántos metros?

31. Un joven de la antigua Grecia que había nacido en el año 423 a.C. ingresó, al cumplir 18 años, a la escuela de Filosofía. ¿En qué año ingresó?

32. En una cámara frigorífica hay –11 °C. Deciden bajar la temperatura en 4 °C para mejorar la capacidad de conservación de algunos alimentos. ¿A qué temperatura quedará la cámara?

33. Esteban estacionó su auto en el segundo subsuelo del edificio donde trabaja. Subió 7 pisos para buscar unos papeles y luego bajó 4 pisos para ir a una reunión. ¿En qué piso se hizo la reunión?

34. Calculá.

a. 13 + (–20) =

b. 10 – (+12) =

c. –9 – 21 =

d. 25 – (–15) =

e. 0 – (–50) =

f. –100 – (–80) – (+20) =

g. 65 + (–50) + (–5) =

h. –40 – (+20) + (–10) =

Multiplicaciones y divisiones con números enteros

Reglas de los signos para multiplicar y dividir enteros

Para multiplicar o dividir dos números enteros, se multiplican o se dividen sus módulos y se coloca el signo teniendo en cuenta las siguientes reglas:

- Si tienen **igual signo**, el resultado es **positivo**.

  $(+5) \cdot (+4) = +20$ $(+15) : (+3) = +5$

  $(-8) \cdot (-3) = +24$ $(-24) : (-6) = +4$

- Si tienen **distinto signo**, el resultado es **negativo**.

  $(+5) \cdot (-4) = -20$ $(+15) : (-3) = -5$

  $(-8) \cdot (+3) = -24$ $(-24) : (+6) = -4$

NOTA: al multiplicar o al dividir se ponen paréntesis para evitar que se junten dos signos seguidos (el "+" o el "–" con el "·" o con el ":").

35. Calculá los productos y los cocientes.

Fijate bien

$+ \cdot + = +$ $- \cdot - = +$

$+ \cdot - = -$ $- \cdot + = -$

a. $-10 \cdot (-6) =$

d. $(-10) : (-2) =$

g. $-30 \cdot 5 =$

b. $-8 \cdot (+50) =$

e. $-35 : 7 =$

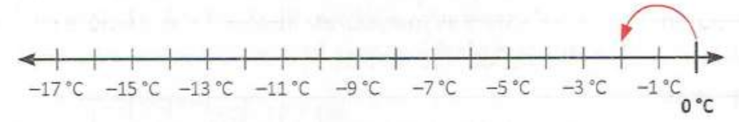
h. $+6 \cdot (-70) =$

c. $40 \cdot (-3) =$

f. $63 : (-9) =$

i. $600 : (+10) =$

36. Una cámara frigorífica se encuentra a 0 °C. Se bajará la temperatura en 2 °C cada hora. Representá la situación con flechas sobre la recta numérica (ya se trazó una) y escribí un cálculo que muestre cuántos grados centígrados marcará el termómetro de la cámara al cabo de siete horas.



37. Estas son las temperaturas mínimas que se registraron durante una semana en una ciudad.

LUN	MAR	MIÉ	JUE	VIE	SÁB	DOM
2 °C	–1 °C	1 °C	–4 °C	–3 °C	–5 °C	–4 °C

¿Cuál fue la temperatura mínima promedio diaria durante esa semana? Mostrá cómo la calculás.

38. En un juego se van juntando puntos a medida que se sacan unas tarjetas. Santino ya juntó 12 puntos. ¿Con qué puntaje terminará si le falta sacar estas tarjetas?

Restar 14 y multiplicar por 5.

Dividir por –2 y sumar –10.

Multiplicar por –3 y restar –20.

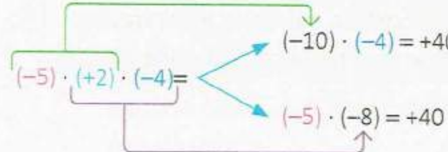
Restar 7 y multiplicar por –50.

Propiedades para multiplicar

- **Conmutativa:** los factores se pueden cambiar de orden.

$(-9) \cdot (+2) = (+2) \cdot (-9) = -18$

- **Asociativa:** los factores se pueden agrupar de diferentes maneras.



39. Resolvé cada cálculo asociando de dos maneras diferentes y comprobá que los resultados coinciden.

a. $(-7) \cdot 2 \cdot (-1)$

b. $100 \cdot (-5) \cdot (+3) =$

c. $15 \cdot (-4) \cdot (-3) =$

d. $+6 \cdot (-40) \cdot (+2) =$

40. Fijate cómo piensa Facu y usá su método para calcular mentalmente.

Para calcular (−2) · (−5) · (−10) primero hago 2 · 5 · 10 = 100 y después pienso el signo del resultado: menos por menos es más, y más por menos es menos. Da negativo, o sea, −100.

a. $(-3) \cdot (-5) \cdot (-2) =$

b. $(-4) \cdot (+6) \cdot (-1) =$

c. $(-12) : (-3) : (+2) =$

d. $36 : (-4) : (-3) =$

e. $(-8) \cdot 4 \cdot (-1) : (-16) =$

f. $7 \cdot (-6) : 3 : (-2) : (-1) =$

41. Si multiplicás cinco números de los cuales tres son menores que cero, y los otros dos, mayores que cero, ¿qué signo tendrá el resultado?

42. Escribí el signo **<**, = o **>** sobre la línea punteada, según corresponda.

a. 28 : (−7) ...... (−4) : (−1)

b. −25 : 5 : (−1) ...... −10 : (−2)

c. 150.990 · 0 · (−531) ...... −390 · (−83.957) · (−6.408)

d. −140 : (−2) : (−7) : (−1) ...... 800 : (−40) : (−20)

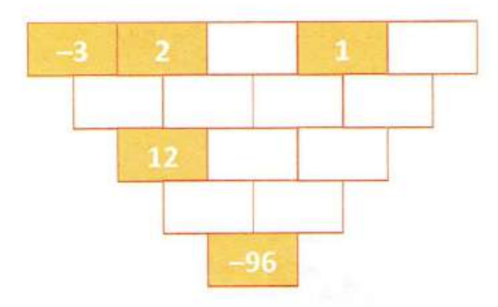
Tengo tarea

43. ¿Cuál es el producto de los tres números pares consecutivos que son mayores que −17 y menores que −10?

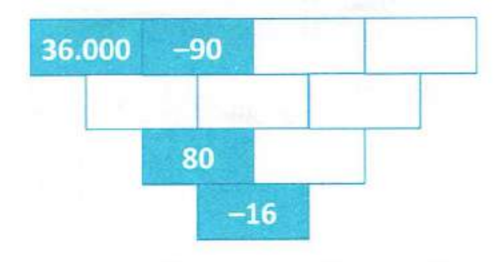
44. Para recordar las reglas de los signos que se usan al multiplicar o al dividir dos números, Lucas se aprendió de memoria estas frases. ¿Podés indicar qué regla corresponde a cada una?

El amigo de mi amigo es mi amigo.
El enemigo de mi amigo es mi enemigo.
El amigo de mi enemigo es mi enemigo.
El enemigo de mi enemigo es mi amigo.

45. Cada casilla debe contener el producto de los dos números que están encima de ella. Escribí los números que faltan.



46. En cada casilla va el cociente de los dos números que están encima de ella. Descubrí los números que faltan y anotalos.



47. Descubrí la regla con la que se pensó cada sucesión y agregá dos números más.

a. 243 → −81 → 27 → −9 → .... → ....

b. 5 → −10 → 20 → −40 → .... → ....

c. −6.250 → 1.250 → −250 → 50 → .... → ....

48. Si multiplicás nueve números, de los cuales solo tres son positivos y ninguno es cero, ¿qué signo tendrá el resultado?

49. Indicá si el resultado es positivo, negativo o cero.

a. El producto de once factores menores que 0.

b. El producto de quince factores, de los cuales siete son mayores que 0 y siete son negativos.

c. El cociente entre un número entero menor que 0 y el número negativo de módulo 1.

50. Estrategia: probar con ejemplos Hay que calcular un producto. La mitad de los factores son positivos y, la otra mitad, negativos. ¿Qué signo tendrá el resultado? Señalá la opción que pienses que es la correcta y explicá por qué opinás que es esa.

☐ Positivo.

☐ Negativo.

☐ No se puede saber.

51. Uní los cálculos que dan el mismo resultado.

35 : (−7)	8 · (−3)
−19 · 0 · (−2)	−10 : (−2) : (−1)
−4 · (−6) : (−1)	−27 + 27

52. Hacé de profe Fijate lo que afirma Joaquín. ¿Cómo le explicarías que está equivocado?

53. Lautaro afirma que si se suman todos los números enteros entre −10 y 10, ambos incluidos, se obtiene el mismo resultado que si se los multiplica. ¿Tiene razón o está equivocado? Escribí tu explicación.

54. Euclides y Pitágoras podrían ser considerados como los matemáticos más famosos de la antigua Grecia. Se estima que nacieron cerca de los años 325 a.C. y 572 a.C., respectivamente. Por otra parte, Hipatia de Alejandría, nacida cerca del año 370 d.C., es considerada como la primera mujer matemática de la historia. ¿Quién de los tres nació antes? ¿Cuál de los tres acontecimientos está más cerca del año 0?

55. ¿Cuántos números enteros hay entre el opuesto de 10 y el número negativo cuyo módulo es 3?

56. Hacé de profe Leé lo que afirman estas chicas. ¿Cómo les explicás que están equivocadas? (Podés buscar ejemplos).

Sofía: Cuanto más cerca del cero está un número, menor es.

Inés: Si el número A es mayor que el número B, entonces el módulo de A es mayor que el módulo de B.

57. Resolvé cada cálculo asociando de dos maneras distintas.

a. (–25) + (–15) + (–5) b. 17 + (–35) + 3

58. Estrategia: dibujar un esquema Una tortuga marina que estaba a 9 metros de la superficie desciende 3 metros y luego sube 7 metros. ¿A qué profundidad se encuentra?

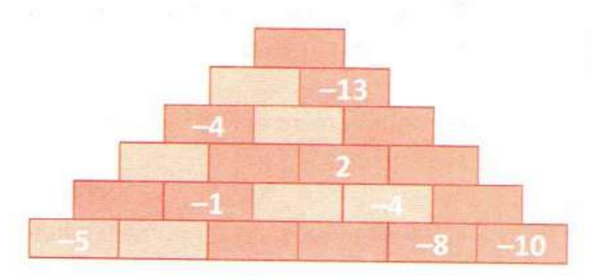
59. Desde las 7 hasta las 8 de la mañana, el ascensor de un edificio, que estaba en la planta baja, subió 6 pisos, bajó 7, subió 10, bajó 5, bajó 4, subió 8 y bajó 9. ¿En qué piso se encuentra?

60. La tabla muestra los puntos que perdió y los que ganó Martín durante los cinco niveles de un juego. ¿Cuál fue su saldo? Mostrá un cálculo que lo indique.

Perdió	Ganó
1.000	2.700
2.000	1.900
500	

61. ¿Qué hay que sumarle a un número cualquiera para que el resultado sea cero?

62. Completá la pirámide sabiendo que el número de cada casilla es la suma de los dos que están debajo de ella.



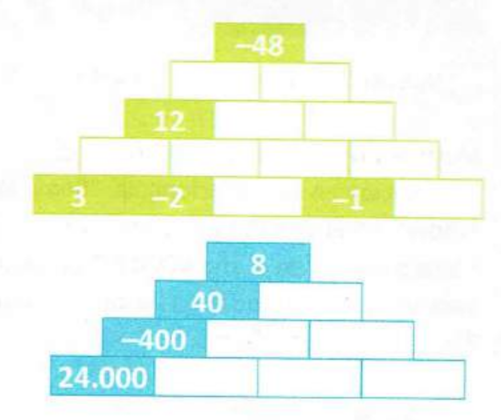
63. Un emperador nació en el año 63 a.C. y falleció en el año 14 d.C., curiosamente, justo el día de su cumpleaños. ¿A qué edad murió?

64. Si una persona nació en el año 58 a.C. y vivió 65 años, ¿cuál de estos cálculos podría indicar el año de su fallecimiento?

a. 58 – 65 b. 58 + 65 c. 65 – 58

65. Un submarino se encuentra sumergido 28 metros y pasa un helicóptero por encima de él, volando a 570 metros sobre el nivel del mar. ¿Cuántos metros había entre las dos naves en el momento en el que estaban en la misma vertical?

66. Completá las pirámides. En la primera, el número de cada casilla es el producto de los dos que están debajo de ella. En la segunda, es el cociente.



Saquen una hoja

Marcá la opción correcta.

1. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?

   - ☐ Cualquier número entero tiene un siguiente.
   - ☐ El anterior de cualquier número entero negativo es negativo.
   - ☐ El mayor número entero negativo es el opuesto de 1.
   - ☐ El siguiente de cualquier número entero negativo es negativo.

2. ¿Cuál es el resultado de –10 + 8?

   ☐ –18 ☐ –2 ☐ 2 ☐ 18

3. ¿Cuál de los cálculos no es equivalente a (+7) + (–9)?

   ☐ 7 – 9 ☐ –9 + 7

   ☐ 9 – 7 ☐ 7 – (+9)

4. Observá el pronóstico extendido para una ciudad de la Patagonia. ¿Qué día presenta mayor diferencia entre las temperaturas máxima y mínima?

JUE	VIE	SÁB	DOM
Mín: –4 °C	Mín: –6 °C	Mín: –2 °C	Mín: –3 °C
Máx: 2 °C	Máx: –1 °C	Máx: 5 °C	Máx: 1 °C

   ☐ Jueves ☐ Viernes ☐ Sábado ☐ Domingo

5. Martina y Maximiliano encontraron esta información en una enciclopedia: "Roma fue fundada en el año 753 a.C. y fue conquistada por tribus bárbaras en el año 476 d.C.". ¿Cuántos años pasaron desde la fundación hasta la conquista de Roma, según esa información?

   ☐ –1.229 ☐ –277 ☐ 277 ☐ 1.229

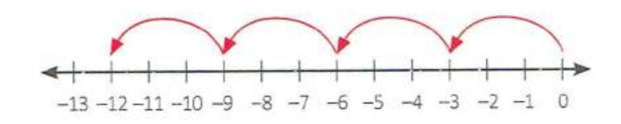
6. En un cuento de ciencia ficción se relata que cuando una nave espacial ingresa a la atmósfera desde el espacio exterior, su temperatura varía de –200 °C a 50 °C en un minuto.
   ¿Cuántos grados centígrados aumenta la temperatura en ese minuto, según el relato?

   ☐ –250 ☐ –150 ☐ 150 ☐ 250

7. En el año 140 se cumplió el aniversario 300 de un importante acontecimiento. ¿Qué aniversario de ese hecho se cumplió en el año 60 a.C.?

   ☐ 50 ☐ 60 ☐ 100 ☐ 160

8. ¿Qué multiplicación se representó en la recta numérica?



   ☐ –4 · (–3) ☐ 3 · (–12)

   ☐ 4 · (–3) ☐ 3 · 4

9. Si se divide por –8 el número que pensó Ana, y al resultado se le suma 4, se obtiene 2.
   ¿Qué número es el que pensó Ana?

   ☐ –24 ☐ –16 ☐ 8 ☐ 16

10. El resultado de 8 · (–6) coincide con el de uno de estos cálculos. ¿Con el de cuál?

    ☐ –24 · 2 · (–1) ☐ –16 · (–3)

    ☐ 2 · (–8) · (–3) ☐ 12 · 4 : (–1)

Controlá tus respuestas en la página 158.

CAPÍTULO 1
Números naturales

1. $(39 - 12) \cdot 7 = 7 \cdot 39 \cdot 12$
2. 1.320
3. El cociente no puede ser 0.
4. $2^7 + 4^2 + \sqrt{25}$
5. 11
6. 682
7. $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 13$
8. 720 y 12.
9. $n + n + 1 + n + 2$
10. $5^2 \cdot x + 5 = 5^4 : 5^3$
11. Impar.

CAPÍTULO 2
Figuras planas

1. I. 13° 59´ 42″
   II. 135° 8´
   III. 34° 49´ 12″
   IV. 152° 36″
2. I. Bisectriz de $\hat{b}$.
   II. Mediatriz de $\overline{bc}$.
3. I. 96° 39´
   II. Obtusángulo.
   III. Escaleno.
4. 123° 30´
5. 2.340°
6. I. 30°
   II. 150°

CAPÍTULO 3
Fracciones y decimales

1. $0,2\overset{\frown}{5}$
2. $\frac{7}{3}$
3. 1,05
4. 21,33
5. 15,8
6. 13,9 kg
7. $\frac{3}{8}$ kg
8. 0,8
9. 19
10. $\frac{9}{49}$
11. 0,3
12. $230,66
13. 20%
14. $\frac{23}{3}$

CAPÍTULO 4
Perímetros y áreas

1. I. 900
   II. 3.000 cm
2. 4 cm
3. Ninguno, todos tienen la misma área.
4. $\frac{3}{2} \cdot 1,15$
5. 21.875 m^2
6. 99 mm^2
7. $14 \cdot \pi$ cm
8. $144 - 36 \cdot \pi$
9. $\frac{5}{3} \cdot \pi$
10. $\frac{5}{3} \cdot \pi$

CAPÍTULO 5
Proporcionalidad. Gráficos cartesianos y funciones

1. $\frac{0,1}{0,4}$
2. $\frac{10}{6} = \frac{5}{x}$
3. 10
4. No representa proporcionalidad.
5. Se le aplicó un recargo del 20%.
6. 10 : 1
7. La de color rojo.
8. Para x entre 5 y 10.
9. k = 0,8. Si x = 5 → y = 4.
10. $y = \frac{48}{x}$

CAPÍTULO 6
Cuerpos geométricos. Áreas y volúmenes

1. I. 12
   II. 2.064 cm^2
2. I. 360 cm^2
   II. 415,44 cm^2
   III. 415,8 cm^3
3. I. 408,2 cm^2
   II. 628 cm^3
4. I. 440.000 L
   II. 374 m^2
5. 3,5 L
6. 50
7. I. 904,32 cm^3
   II. 8.048,448 g

CAPÍTULO 7
Estadística y probabilidad

1. I. 0,3
   II. 20%
   III. 55%
2. I. 39
   II. 10
3. I. 2,16
   II. 2
   III. 1
4. Cara-cara, cara-ceca, ceca-cara, ceca-ceca.
5. I. $\frac{9}{12}$
   II. $\frac{1}{6}$

CAPÍTULO 8
Números enteros

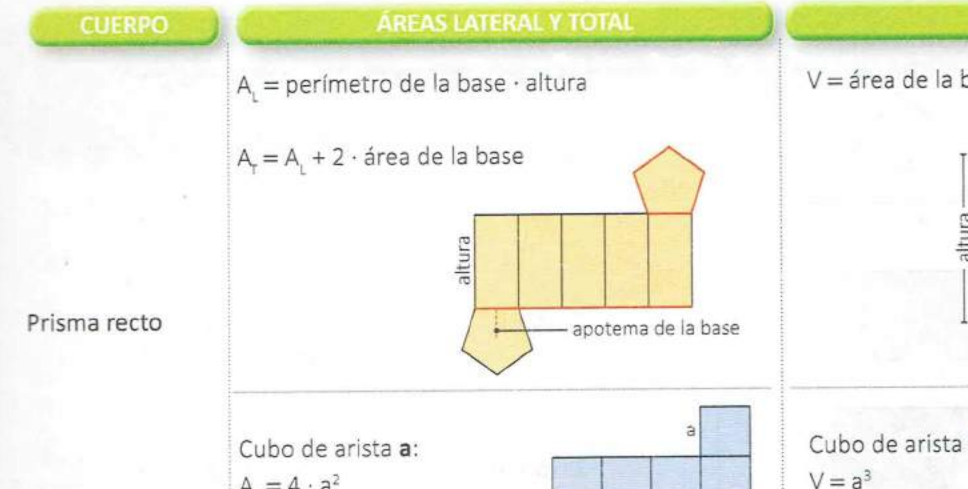
1. El siguiente de cualquier número entero negativo es negativo.
2. 2
3. 9 – 7
4. Sábado
5. 1.229
6. 250
7. 100
8. 4 · (–3)
9. 16
10. 12 · 4 : (–1)

A mí me ayuda comparar lo que hice con lo que resolvieron mis compañeros.

Fórmulas de perímetros y áreas de figuras planas

FIGURA	PERÍMETRO	ÁREA
Triángulo	$b + l_1 + l_2$	$\frac{b \cdot a}{2}$
Paralelogramo	$2 \cdot (b + l)$	$b \cdot a$
Rectángulo	$2 \cdot (b + a)$	$b \cdot a$
Cuadrado	$4 \cdot l$	l^2
Rombo	$4 \cdot l$	$\frac{D \cdot d}{2}$
Romboide	$2 \cdot (l_1 + l_2)$	$\frac{D \cdot d}{2}$
Trapecio	$b_1 + b_2 + l_1 + l_2$	$\frac{(b_1 + b_2) \cdot a}{2}$
Polígono regular de *n* lados	$n \cdot l$	$\frac{\text{perímetro} \cdot ap}{2}$
Círculo	$2 \cdot \pi \cdot r$	$\pi \cdot r^2$
Corona circular	$2 \cdot \pi \cdot (R + r)$	$\pi \cdot (R^2 - r^2)$
Sector circular ($L = \frac{\pi \cdot 2 \cdot r \cdot \alpha}{360°}$)	$L + 2 \cdot r$	$\frac{r \cdot L}{2}$

Fórmulas de áreas y volúmenes de cuerpos

CUERPO	ÁREAS LATERAL Y TOTAL	VOLUMEN
Prisma recto	A_L = perímetro de la base · altura $A_T = A_L + 2$ · área de la base  	V = área de la base · altura apotema de la base altura base
	Cubo de arista **a**: $A_L = 4 \cdot a^2$ $A_T = 6 \cdot a^2$ a	Cubo de arista **a**: $V = a^3$ a
Pirámide recta de base regular	$A_L = \frac{\text{perímetro de la base} \cdot \text{ap. lateral}}{2}$ $A_T = A_L$ + área de la base ap. lateral lado de la base apotema de la base	$V = \frac{\text{área de la base} \cdot \text{altura}}{3}$ altura base apotema de la base
Cilindro circular recto	$A_L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot$ altura $A_T = A_L + 2 \cdot \pi \cdot r^2$ r $2\pi r$ altura	$V = \pi \cdot r^2 \cdot$ altura r altura
Cono circular recto	$A_L = \frac{\pi \cdot g^2 \cdot \alpha}{360°} = \pi \cdot r \cdot g$ $A_T = A_L + \pi \cdot r^2$ α g base r	$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \text{altura}}{3}$ altura g r
Esfera	____________________	$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$ r

Entre números
I
Matemática

SANTILLANA

ISBN 978-950-46-5322-6
9 789504 653226